

TRIGONOMETRÍA

Teoría

1. *Ángulos. Medidas de ángulos.*

Llamamos ángulo a la región del plano comprendida entre dos semirrectos con origen en común. Al origen le llamamos vértice y a las semirrectas lados.

Ángulos

- Llamamos **ángulo recto** a aquel que tiene sus lados perpendiculares
- Llamamos **ángulo agudo** a aquel que es menor a un recto.
- Llamamos **ángulo obtuso** a aquel que es mayor al ángulo recto.
- Llamamos **ángulo plano**, cuando son dos rectos.
- Llamamos **ángulo nulo** cuando no hay ángulo y cuyos lados coinciden.
- Ángulo oriental** ; tomamos la orientación positiva al movimiento contrario a las agujas del reloj.

Unidades

a) *Sistema sexagesimal;*

- Llamamos grados sexagesimales a aquel que mide la noventa parte de un recto.

$$1^{\circ} = 1/90 \text{ (ángu.rec)} \quad 1 \text{ recto} = 90^{\circ}$$

- Un minuto sexagesimal es la sesenta parte de un grado sexagesimal.

$$1' = 1/60 \cdot 1^{\circ} \rightarrow 1^{\circ} = 60'$$

- Un segundo sexagesimal es la sesenta parte de un minuto sexagesimal.

$$1'' = 1/60 \cdot 1' \rightarrow 1' = 60''$$

b) *Sistema centesimal;*

- 1^{g} es como la centésima parte de un recto.

$$1^{\text{g}} = 1^{\text{g}} / 100 \rightarrow 1 \text{ recto} = 100^{\text{g}}$$

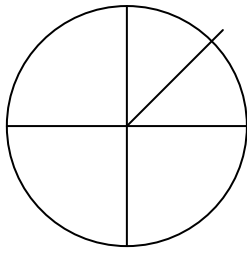
- 1^{m} centesimal es como la centésima parte de un grado centesimal.

$$1^{\text{m}} = 1^{\text{m}} / 100 \cdot 1^{\text{g}} \rightarrow 1^{\text{g}} = 100^{\text{m}}$$

- 1^{s} centesimal es como la centésima parte de un minuto centesimal.

$$1^{\text{s}} = 1^{\text{s}} / 100 \cdot 1^{\text{m}} \rightarrow 1^{\text{m}} = 100^{\text{s}}$$

c) Sistema circular o de radianes.

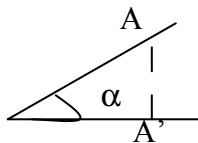


Longitud = 6,28... Rad.
 Longitud = 2π Rad.
 4rectos = $360^\circ = 2\pi$ Rad.

Radian: decimos que un ángulo mide un Rad. Si la longitud de un arco cualquiera coincide con el radio con el que lo hemos trazado.

	S. Sex	S. Cent	Rad.
1°	1	1 ^g 11 ^m 11 ^s	0' 0175 Rad
1^g	0° 54'	1 ^g	0,0157 Rad.
1 Rad.	57° 17' 45''	63 ^g 63 ^m 20 ^s	1

2. Razones trigonometricas de ángulos agudos.



Sen α = al cateto opuesto partido por la hipotenusa. **Sen α = cat.op/ hip. = AA'/ OA**

Cos α = al cateto contiguo partido por la hipotenusa. **Cos α = cat.con/ hip. = OA/ OA'**

Tng α = Al cateto opuesto partido por el cateto contiguo. **Tng α = cat.op / cat.con. = AA'/OA'**

Ctg α = la hipotenusa partido por el cateto opuesto. **Ctg α = hipo./ cat.op. = OA'/AA'**

Sec α = la hipotenusa partido por el cateto contiguo. **Cosec = hipo / cat.cot = OA / OA'**

Prop 1° $\text{tg } \alpha = AA' / OA' = AA/OA // OA' / OA = \text{tag}\alpha = \text{sen}\alpha/\text{cos}\alpha$

Prop 2° Las razones trigonométricas sen α , cos α y tg α son inversas respectivamente, de las inversas r.t cos α , sec α , Cont α .

Prop 3° Formula fundamental de loa trigonométria (F.F.T).

$$\text{El } (\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1$$

3 Razones trigonométricas de 30°, 45° y 60°.

a) *R.T de 30°*

$$\begin{array}{ll} \text{Sen } 30^\circ = 1/2 & \text{cosec } 30^\circ = 2 \\ \text{Cos } 30^\circ = \sqrt{3}/2 & \text{sec } 30^\circ = 2\sqrt{3}/3 \\ \text{Tg } 30^\circ = 1/\sqrt{3} & \text{ctg } 30^\circ = \sqrt{3} \end{array}$$

b) *R.T de 60°*

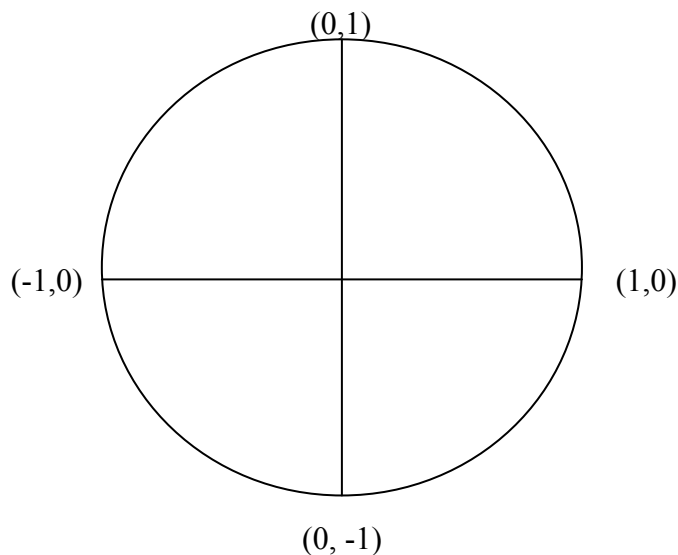
$$\begin{array}{ll} \text{Sen } 60^\circ = \sqrt{3}/2 & \text{cosec } 60^\circ = 2\sqrt{3}/3 \\ \text{Cos } 60^\circ = 1/2 & \text{sec } 60^\circ = 2 \\ \text{Tg } 60^\circ = \sqrt{3} & \text{cotg } 60^\circ = 1/\sqrt{3} \end{array}$$

c) *R.T de 45°*

$$\begin{array}{ll} \text{Sen } 45^\circ = \sqrt{2}/2 & \text{cosec } 45^\circ = \sqrt{2} \\ \text{Cos } 45^\circ = \sqrt{2}/2 & \text{sec } 45^\circ = \sqrt{2} \\ \text{Tg } 45^\circ = 1 & \text{cotg } 45^\circ = 1 \end{array}$$

4. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

Llamamos circunferencia goniométrica a aquella cuyo centro de origen de coordenada y cuyo radio es la unidad.



Definimos y como sen de un ángulo y la x como el coseno de un ángulo.

5. Razones trigonométricas de ángulos ...

a) **Complementarios**: son aquellos ángulos que su suma es 90° .

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
Sen	$\text{Cos } \alpha$	$\text{Cos } \alpha$	$\text{Sen } \alpha$	$-\text{Sen } \alpha$	$-\text{Sen } \alpha$
Cos	$\text{Sen } \alpha$	$-\text{sen } \alpha$	$-\text{Cos } \alpha$	$-\text{Cos } \alpha$	$-\text{cos } \alpha$
Tg	$\text{Ctg } \alpha$	$-\text{ctg } \alpha$	$-\text{Tg } \alpha$	$\text{Tg } \alpha$	$-\text{Tg } \alpha$

b) Que se diferencien en 90° .

$$\beta = 90^\circ + \alpha$$

c) **Suplementarios** ; son aquellos que su suma es de 180° .

$$\beta = 180 - \alpha$$

d) Ángulos que su diferencia da 180° .

$$\beta = 180 + \alpha$$

e) Ángulos opuestos: aquellos cuya suma es 360° .

$$\beta = 360^\circ - \alpha = -\alpha$$

6. Razones trigonométricas del ángulo:

a) *Suma.*

$$\text{Sen } (\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\beta + \text{cos}\alpha \cdot \text{sen}\beta$$

$$\text{Cos } (\alpha + \beta) = \text{cos}\alpha \cdot \text{cos}\beta - \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta$$

$$\text{Tg } (\alpha + \beta) = \frac{\text{sen } (\alpha + \beta)}{\text{cos } (\alpha + \beta)} = \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{1 - \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta}$$

b) *Diferencia.*

$$\text{Sen } (\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\beta - \text{cos}\alpha \cdot \text{sen}\beta$$

$$\text{Cos } (\alpha - \beta) = \text{cos}\alpha \cdot \text{cos}\beta + \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta$$

$$\text{Tg } (\alpha - \beta) = \frac{\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta}{1 + \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta}$$

c) *Mitad.*

$$\text{Sen } \alpha/2 = \sqrt{1 - \cos\alpha} / 2$$

$$\text{Cos } \alpha/2 = \sqrt{1 + \cos\alpha} / 2$$

$$\text{Tg } \alpha/2 = \frac{1 - \cos\alpha}{\text{Sen } \alpha}$$

c) *Trasformación de suma de productos.*

$$\text{Sen}(2\alpha) = \text{Sen}(\alpha + \alpha) = 2(\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha)$$

$$\text{Cos}(2\alpha) = \text{Cos}(\alpha + \alpha) = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha$$

$$\text{Tg}(2\alpha) = \text{tg}(\alpha + \alpha) = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha}$$

7. Resolución de triángulos.

Teorema de los senos: $a / \text{senA} = b / \text{senB} = c / \text{senC} = \text{cte}$

Teorema de los cosenos : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

Un lado es igual a la suma al cuadrado de los otros lados menos el doble del primero y el segundo por el coseno del ángulo opuesto.

*Resolver un triángulo es encontrar todos sus lados, todos sus ángulos y su Area.

$$S = 1/2ab \cdot \text{senC}$$