

Matemáticas:

"Funciones y logaritmos"

SENOS, COSENOS Y TANGENTES (REPASO):

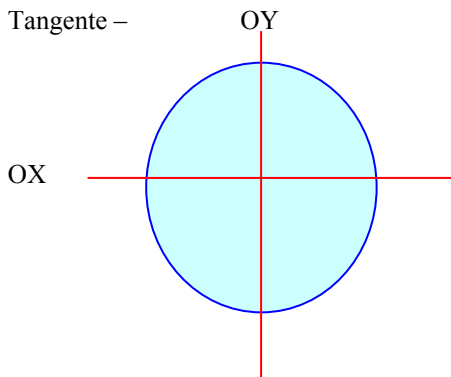
Grados	Radianes	Seno	Coseno	Tangente
0	0	0	1	0
30	$\pi / 6$	un medio	Raíz de 3 / 2	raíz de 3 / 3
45	$\pi / 4$	raíz de 2 / 2	Raíz de 2 / 2	1
60	$\pi / 3$	raíz de 3 / 2	Un medio	raíz de 3
90	$\pi / 2$		1	0 infinito

Senos (truco): (Coseno truco = pero el cero ponerlo del 90 a la izquierda y /2.

0	30	45	60	90
0/2	1/2	2/2	3/2	4/2

0/2 = 0..... seno de 0 = 0
 $1/2 = 1/2$ seno de 30 = $1/2$
 2/2 en raíz cuadrada..... seno 45 = raíz 2/2
 3/2 en raíz cuadrada..... seno de 60 = raíz 3/2
 4/2 en raíz cuadrada..... seno de 90 = 1

Seno +
 Coseno -
 Tangente -



Seno -
 Coseno -
 Tangente es +

Seno +
 Coseno +
 Tangente +

Seno -
 Coseno +
 Tangente -

Aclaración:
Seno: si está a la derecha o a la izquierda del eje OY
Coseno: si está arriba o abajo Del eje OX.

FUNCIONES (REPASO TEMA ANTERIOR):

Su forma es $f(x) = \dots\dots\dots$

Continuidad: Se dice que hay continuidad cuando no se levanta el lápiz del papel para dibujar la función y es discontinua cuando si.

Se ve de la siguiente manera:

- $f(a)$
- $\lim f(x) = \dots\dots$
x..... (por la drcha y por la izq)

Dominio : Valores que puede tomar la X

Recorrido: Valores que puede tomar la Y

Crecimiento y decrecimiento de una función: Se ve de la siguiente manera:

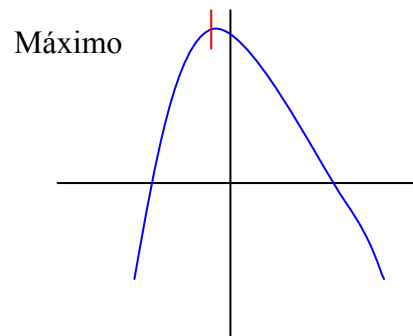
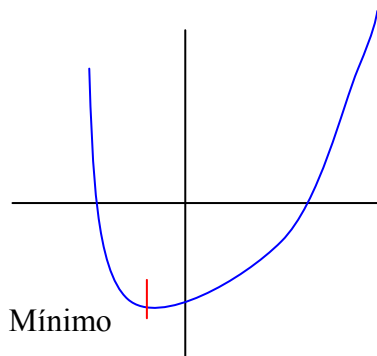
- $X1 > X2 \dots\dots\dots f(X1) > f(X2) \dots\dots\dots$ Entonces es creciente.
- $X1 > X2 \dots\dots\dots f(X1) < f(X2) \dots\dots\dots$ Entonces es decreciente.

La colocación de los signos es importante: cuando son distintos “decrece”, cuando son iguales “crece”.

Máximos y Mínimos:

Máximos: Es cuando en una función uno de los puntos sobre sale de los demás, todos están por debajo de él.

Mínimos: Es cuando en una función uno de los puntos sobre sale de los demás, todos están por encima de él.



Simetría:

Se tiene que cumplir que $f(X) = f(-X) \dots\dots\dots$ simetría par

Se tiene que cumplir que $f(-X) = -f(X) \dots\dots\dots$ simetría impar

Pendiente:

El número que multiplica a la X es la pendiente (m).

Ejemplo: $f(X) = -3X \dots\dots\dots$ ”la pendiente sería “-3” ...”

Pendiente es negativa: desciende

Pendiente es positiva: asciende

Ecuación de una recta que pasa por dos puntos: “En este caso te dan las coordenadas de dos puntos y tu tienes que ponerlas aquí.”.....de esta manera se saca la función.

$$\frac{X - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$

Ecuación de un punto y la pendiente: “En este caso te dan un punto y la pendiente”..... tienes que hallar la función.

$$M(X - X_1) = Y - Y_1$$

Puntos de corte:

Con el eje OX..... siempre $Y = 0$ “Solo hay que poner $y = 0$ en la función y despejar la X”.

Con el eje OY..... siempre $X = 0$ “Solo hay que poner $x = 0$ en la función y despejar la Y”.

Funciones:

$F(X) = mx + n$ “Siempre son líneas rectas”.

$F(X) = mx$

$F(X) = n$

Representar los puntos del recorrido o el dominio:

Paréntesis (,) para intervalos abiertos.

Llaves..... para un solo punto.

Corchetes para intervalo cerrado.

Punto gordo..... cuando el punto no se incluye en la función o en el intervalo

Punto relleno.....cuando si

Forma de la función de segundo grado: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

a (número que multiplica a la X^2 (cuadrado))

b (número que multiplica a la X)

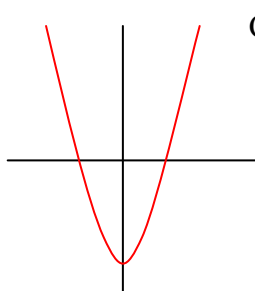
c (término independiente)

- Siempre se iguala a 0

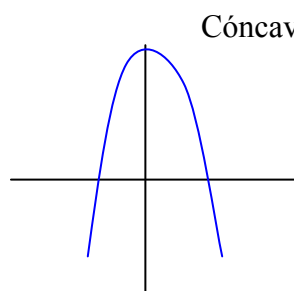
Todas la funciones de segundo grado son parábolas:

- $Y = ax^2 + bX + c$

Si $Y = ax^2$vértice en el (0,0); $a > 0$ (cóncava hacia OY+) y si $a < 0$ (cóncava hacia OY-), Simétrica OY. Si $|a| > 1$ es cerrada OY; Si es < 1 es abierta OY.



Cóncava OY+



Cóncava OY-

Si es $Y = ax^2 + bx$ vértice $(-\frac{b}{2a}, 0)$, simetría en OY

Si es $Y = ax^2 + c$ vértice $(0, c)$

Si es $Y = ax^2 + bx + c$ vértice $(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a})$

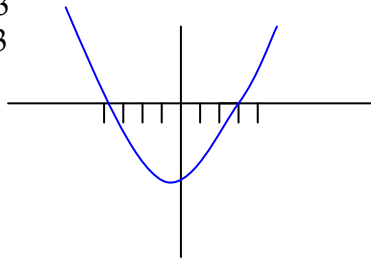
Valores absolutos: El valor absoluto de un número es ese mismo número pero sin signo.

Por lo que si en una función aparece $|x|$ quiere decir que es absoluto. Ejemplo:

$f(x) = |x|$ Si damos el valor de -3 y 3 a la x saldrán 3 espacios a cada lado.

Pasa por $+3$

Pasa por -3



Tasa de variación media

Nombre de la pendiente en economía.

$$TVM = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$TVM = \text{tg de } \alpha$ (α ángulo que forma la función con el eje OX) = m

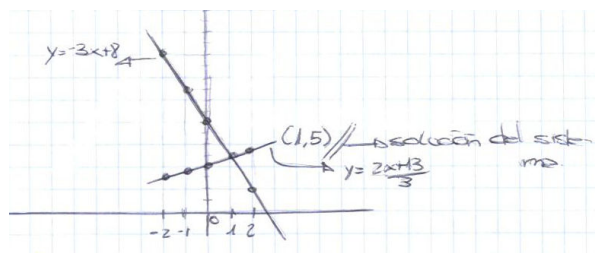
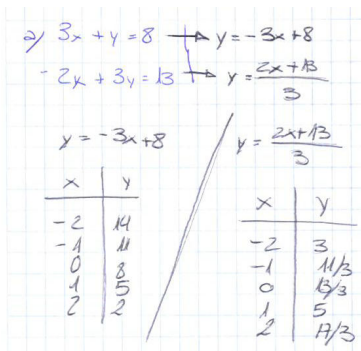
TEMA 10: TEMA DEL EXAMEN

- En una función de segundo grado cuando el valor absoluto de a (es decir, el valor absoluto del número que multiplica a la x^2) es mayor que 1..... es más cerrada y si es menor que 1 es más abierta.

-También saber donde está el vértice

Sistemas de ecuaciones:

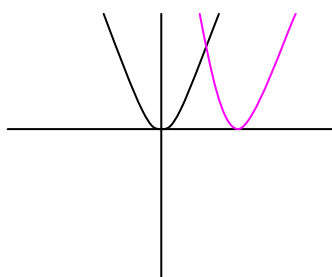
- En los sistemas hay que despejar la Y
- Después de estar despejada se le dan valores a la variable independiente (X) y se dibuja la gráfica de todos los intervalos que tenga el sistema.
- El punto donde se cortan es la solución al sistema



EJEMPLO:

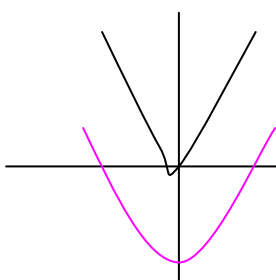
Traslaciones:

Traslaciones horizontales: la función se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda sobre el eje OX



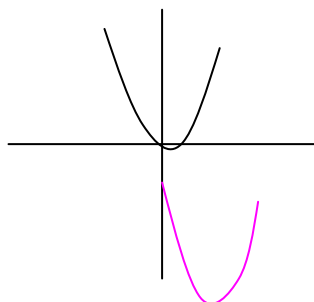
T. Horizontal. (EJEMPLO: $y = 2(x-3)^2$ se interpreta Como que se desplaza a la derecha por el (-) y como esta Al cuadrado quiere decir que es una t. Horizontal. Si Fuera +3 sería traslación a la izquierda.)

Traslaciones verticales: la función se desplaza hacia arriba o hacia abajo sobre el eje OY.



T. vertical. (EJEMPLO: $y = 2(x-3) + 5$...el +5 quiere Decir que la traslación es el eje vertical. Y el 2 nos dice si Es más abierta o más cerrada .

Ambas traslaciones: Se traslada en el eje OX y en el OY



Hacia abajo y desplazada hacia la derecha.

Traslación horizontal..... (-) a la derecha

Traslación vertical..... (+) a la izquierda
 (-) hacia arriba
 (+) hacia abajo

No olvidar las igualdades notables

$(x + y)^2$ al cuadrado:.....Cuadrado del primero más cuadrado del segundo, más el doble del primero por el segundo.

$(x - y)^2$ al cuadrado:.....Cuadrado del primero más cuadrado del segundo, menos el doble del primero por el segundo.

Dominio y recorrido de algunas funciones:

$F(x) = 1/x$Recorrido todo R y dominio todo R - $\{0\}$

$F(x) = 1/x^2$Recorrido todo R menos 0 y dominio todo R menos 0

$F(x) = \text{tg } x$Dominio: todo R - $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \right\}$ para todo a perteneciente a los n° entero impares.

“Porque la tangente de 90° ($\pi/2$), la de 270° ... es infinita, y por lo tanto indefinida”.

Y su recorrido es todo R.

$F(x) = \text{sen } x$, si $x < 0$

$\text{Tg } x$, si $x > 0$ dominio: por parte del seno (todos los R-, porque son todas las x menores de 0 y los senos solo salen negativos.) y por parte de la tangente igual que la anterior. Recorrido: todo R

$F(x) = \text{cos } x$ dominio: sería todo R positivos, porque los cosenos pueden ser negativos y positivos, pero como aquí la x tiene que ser π , pues siendo los dos negativos da positivos y siendo los dos positivos da positivo tb.

Asíntotas:

Asíntotas verticales: paralela al eje OY

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ Como los dos tienden a infinito aunque diferente signo entonces existe asíntota.

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$
 $x \rightarrow a^+$

Asíntotas horizontales: paralelas al eje OX

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ Como los dos tienen el mismo número (a) de solución, entonces hay asíntota horizontal.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$
 $x \rightarrow -\infty$

Asíntotas Obicuas

Cuadros resumen de una función:

Se pone: Los números elegidos (- infinito, - 2pi, pi/2...)y para abajo:

- f (x) (donde se dice la solución que saldría al sustituir esos números en la función,
- dominio (cual entra dentro y cual no),
- puntos de corte (donde corta y donde no),
- crecimiento y decrecimiento (hasta donde crece y hasta donde decrece)
- Puntos de discontinuidad (donde no es continua)
- Asíntotas (en que punto hay un asíntota (horizontal o vertical)).
- Signo de la función (donde es positiva y donde negativa).

NOTES: En la continuidad y en cualquier parte del análisis de la función hay que fijarse si entra dentro del dominio o si no.

- Puntos de corte, aquellos que no entran en el dominio.

LOGARITMOS

- Es el exponente al que hay que elevar dicho número para que me de la base.
Log a b= x.....a(x)=b
- Cuando no aparece ninguna base es que es 10.

Propiedades de los logaritmos:

1. $\log_x 1 = 0$ (logaritmo en base x (cualquiera) de 1 es siempre 0).
 $\log_a 1 = y$; $a(y) = 1$; $y = 0$
2. $\log_{10} 10 = 1$ logaritmo en base 10 de 10 es siempre 1
(logaritmo de cualquier número por su misma base es igual a 1)
3. $\log (A \text{ por } B) = \log A + \log B$
4. $\log (A/B) = \log A - \log B$
5. $\log A (m(\text{elevado})) = m \text{ por } \log A$ (logaritmo de una potencia).

Como sacar un logaritmo para la calculadora

$$\begin{aligned} \log_5 37 = x \dots\dots\dots 5(x) = 37 \\ \log_5(x) = \log 37 \\ X \cdot \log 5 = \log 37 \text{ (esto es por la propiedad del logaritmo como } \\ \text{Potencia)} \\ X = \log 5 / \log 37 \\ X = 1,56 / 0,69 ; x = 2,26 \end{aligned}$$

Logaritmo que no esté en base 10, se hace: $x = \log \text{ del número} / \log \text{ de la base.}$
Cualquier logaritmo, independientemente de la base que tenga corta en el punto (0,1).
Tener en cuenta cuando hay un “log” a un lado y a otro que desaparecen.
Tener en cuenta las propiedades de los logaritmos.

SISTEMAS LOGARÍTMICOS. Tener en cuenta las propiedades y despejar como cualquier otro sistema.

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 3 \\ 2 \log x - 2 \log y = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \log x \cdot y = \log 1000 \\ \log x(2) \cdot \log y(2) = \log 1/100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \log XY = \log 1000 \\ \log x(2)/y(2) = \log 1/100 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} XY = 1000 \\ X(2)/Y(2) = 1/100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} Y = 1000/X \\ \text{Raíz de } 100x(2) = \text{raíz de } y(2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} Y = 1000/x \\ 10x = y \dots \dots \dots \text{etc.} \end{array}$$