MATEMATICAS

ECUACIONES IMPLICITAS

A.-DOS PLANOS

$\prod \equiv$ Ax+By+Cz+D=0
$\prod' \equiv$ A'x+B'y+C'z+D'=0

Ambas ecuaciones forman un sistema que podemos analizar a partir del Teorema de Rouchè.

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \end{pmatrix}$$

a) h=h'=2<n Sistema compatible indeterminado , infinitas soluciones , existen infinitos puntos en común luego los **planos se cortan en una recta.**

b) h=1 h'=2 Sistema incompatible. No tiene solución. No hay puntos en común. Los **planos son paralelos.**

Condición de paralelismo→ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

c)h=h'=1<n Sistema compatible indeterminado. Infinitas soluciones. **Planos coincidentes.**

B.-TRES PLANOS

$\prod \equiv$ Ax+By+Cz+D=0
$\prod' \equiv$ A'x+B'y+C'z+D'=0
$\prod'' \equiv$ A"x+B"y+C"z+D"=0

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \\ A'' & B'' & C'' & D'' \end{pmatrix}$$

a) h=h'=3=n Sistema compatible determinado. Única solución. **Se cortan en un punto.**
b)h=2 h'=3 Sistema incompatible. No tiene puntos en común. **Los planos se cortan 2 a 2 formando un prisma triangular, o bien 2 son paralelos y el tercero les corta.**
c)h=h'=2 <n Sistema compatible indeterminado. Infinitas soluciones . Luego **se cortan en una recta.**
d) h=1 h'=2 Sistema incompatible. No tiene solución. Los tres planos son **paralelos.**
e) h=h'=1<n Sisatema compatible indeterminado. Infinitas soluciones. Los planos **son coincidentes.**

MATEMATICAS

C.-RECTA Y PLANO

$\prod \equiv Ax+By+Cz+D=0$

$$r \equiv \begin{cases} A'x+B'y+C'z+D'=0 \\ A''x+B''y+C''z+D''=0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \\ A'' & B'' & C'' & D'' \end{pmatrix}$$

a)h=h'=3=n Sistema compatible determinado. Solución única. Se **cortan en un punto.**
b)h=2 h'=3 Sistema incompatible. No tiene solución. Luego la **recta es perpendicular al plano.**
c)h=h'=2<n Sistema compatible indeterminado. Infinitas soluciones. La**recta esta contenida en el plano.**

D.-DOS RECTAS

$$r \equiv \begin{cases} Ax+By+Cz+D=0 \\ A'x+B'y+C'z+D'=0 \end{cases}$$

$$r \equiv \begin{cases} A''x+B''y+C''z+D''=0 \\ A'''x+B'''y+C'''z+D'''=0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \\ A'' & B'' & C'' & D'' \\ A''' & B''' & C''' & D''' \end{pmatrix}$$

a)h=3 h'=4 Sistema incompatible. No hay solución. Las rectas **se cruzan.**
b)h=h'=3=n Sistema compatible determinado. Solución unica. Un solo punto en común. **Se cortan.**

c)h=2   h'=3   Sistema incompatible. No hay puntos en común. Estan en el mismo plano. Luego **son paralelas.**
d)h=h'=2<n   Sistema compatible indeterminado. Infinitos puntos en comun. Las rectas son **coincidentes.**

ECUACIONES VECTORIALES

A.-DOS PLANOS:

$\prod \equiv \vec{X} = a + \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$

$\prod \equiv \vec{X}' = a' + \alpha\vec{v}' + \beta\vec{w}'$

Formamos la matriz con los cuatro vectores directores y analizamos el rango.

$$\begin{pmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ W_1 & W_2 & W_3 \\ V'_1 & V'_2 & V'_3 \\ W'_1 & W'_2 & W'_3 \end{pmatrix}$$

a) r[v,w,v',w']=3   Los planos se cortan en una recta.
b) r[v,w,v',w']=2

b.1)r[a-a_1,v,w]=3   Los planos son paralelos.
b.2) r[a-a_1,v,w]=2   Los planos son coincidentes.

B.-RECTA Y PLANO

$\prod \equiv \vec{X} = a + \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$
r$\equiv \vec{x} = a' + \lambda\vec{u}$

a) r [u,v,w]=3   Se cortan

b) r [u,v,w]=2

b.1) r[a-a_1,v,w]=3   La recta y el plano son paralelos.
b.2) r[a-a_1,v,w]=2   La recta esta incluida en el plano.

C.-DOS RECTAS

r$\equiv \vec{x} = a + \lambda\vec{u}$
r$\equiv \vec{x} = a' + \lambda\vec{u}'$

a) r[u,u']=2   Tienen dos posibilidades (cortarse o cruzarse)

a.1) r[a-a',u,u'] = 3   Se cruzan.

a.2) r[a-a',u,u'] = 2 Se cortan.

b) r [u,u']=1 Otras 2 posibilidades.

b.1) r[a-a',u] = 2 Las rectas son paralelas.
b.2) r[a-a',u] = 1 Las rectas son coincidentes.

ÁNGULOS

A.-FORMADO POR DOS RECTAS

r≡ $\vec{x} = a + \lambda\vec{u}$
r≡ $\vec{x} = a' + \lambda\vec{u}'$

$$Cos\alpha = \frac{\vec{u} \bullet \vec{u}'}{|u||u'|}$$

B.-FORMADO POR DOS PLANOS

∏≡Ax+By+Cz+D=0
∏'≡A'x+B'y+C'z+D'=0

$$Cos\alpha = \frac{\vec{v} \bullet \vec{v}'}{|v||v'|} = \frac{AA'+BB'+CC'}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \bullet \frac{1}{\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

C.-ANGULO ENTRE RECTA Y PLANO

r≡ $\vec{x} = a + \lambda\vec{u}$
∏≡Ax+By+Cz+D=0

$$Sen\alpha = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

DISTANCIAS

A.-ENTRE DOS PUNTOS

d(AB) = $\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$

B.-ENTRE UN PUNTO Y UN PLANO

MATEMATICAS

$$d(P,\prod)= \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

C.-ENTRE DOS PLANOS

$$d(\prod,\prod')= \frac{|D-D'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

D.-DE UN PUNTO A UNA RECTA

$$d(P,r) = \frac{|AP\Lambda\vec{u}|}{|u|}$$

E ENTRE DOS RECTAS

$$d(r,r')= \frac{|[AA',u,u'|}{|u\Lambda u'|}$$