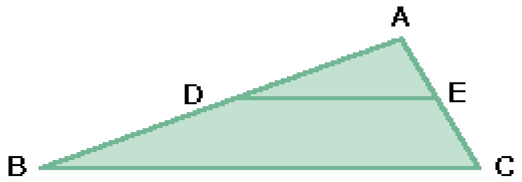
Problema 1

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Realizar el dibujo que recoja los datos del problema.**



2. **Verificar que podemos aplicar Thales.**

En la figura anterior observamos dos lados no paralelos ($\overline{AB}$ y $\overline{AC}$) que son cortados por otros dos lados paralelos ($\overline{DE}$ y $\overline{BC}$), por tanto podemos aplicar el Teorema de Thales.

3. **Elegir los segmentos que forman la proporción.**

Los segmentos que tomemos en uno de los lados no paralelos para formar la primera fracción de la proporción deben ser proporcionales a los que tomemos en el otro lado no paralelo para formar la segunda fracción de la dicha proporción.

Elegimos los siguientes segmentos:

- $\overline{AB}$ ya que es el segmento que debemos calcular.
- $\overline{AE}$ ya que es el segmento proporcional a $\overline{GH}$ sobre la otra recta .
- $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ ya que ambos segmentos son proporcionales y sus valores son conocidos.

Por lo tanto, la proporción es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

4. **Sustituir cada segmento por su valor.**

$$\frac{9}{\overline{AD}} = \frac{6}{2}$$

5. **Despejar el segmento aplicando la propiedad de las proporciones.**

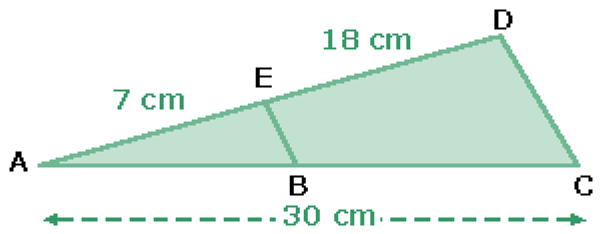
En una proporción el producto de medios es igual a producto de extremos:

$$9 \cdot 2 = 6 \cdot \overline{AD} \Rightarrow 18 = 6 \cdot \overline{AD} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{18}{6} = 3 \text{ cm.}$$

Problema 2

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Realizar el dibujo que recoja los datos del problema.



2. Verificar que podemos aplicar Thales.

En la figura anterior observamos dos lados no paralelos ($\overline{AD}$ y $\overline{AC}$) que son cortados por otros dos lados paralelos ($\overline{DC}$ y $\overline{EB}$), por tanto podemos aplicar el Teorema de Thales.

3. Elegir los segmentos que forman la proporción.

Los segmentos que tomemos en uno de los lados no paralelos para formar la primera fracción de la proporción deben ser proporcionales a los que tomemos en el otro lado no paralelo para formar la segunda fracción de la dicha proporción.

Elegimos los siguientes segmentos:

- $\overline{BC}$ ya que es el segmento que debemos calcular.
- $\overline{ED}$ ya que es el segmento proporcional a $\overline{BC}$ sobre la otra recta .
- $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$ ya que ambos segmentos son proporcionales y sus valores son conocidos.

Por lo tanto, la proporción es:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

4. Sustituir cada segmento por su valor.

En la fórmula anterior desconocemos, además de la medida del segmento que queremos calcular, el valor del segmento $\overline{AD}$, sin embargo este valor puede calcularse fácilmente ya que, según se observa en la figura:

$$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 7 + 18 = 25$$

Por lo tanto:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{25}{18} = \frac{30}{\overline{BC}}$$

5. Despejar el segmento aplicando la propiedad de las proporciones.

En una proporción el producto de medios es igual a producto de extremos:

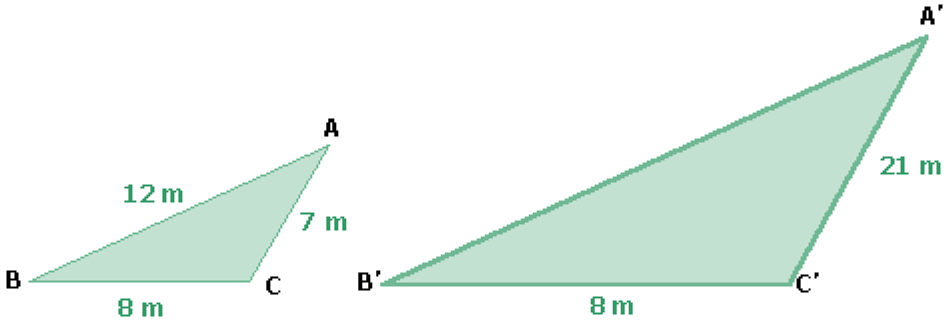
$$25 \cdot \overline{BC} = 18 \cdot 30 \Rightarrow \overline{BC} = \frac{18 \cdot 30}{25} = \frac{540}{25} = 21{,}6 \text{ cm.}$$

Problema 3

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar los triángulos.

El lado menor del primer triángulo mide 7 metros y el del segundo 21, por tanto, el segundo triángulo es mayor que el primero.



2. Verificar que se trata de triángulos semejantes.

El propio enunciado nos indica que se trata de triángulos semejantes.

3. Calcular la razón de semejanza del triángulo.

La razón de semejanza es un **valor constante** que puede calcularse dividiendo la medida de uno de los tres lados de un triángulo entre la medida del lado semejante del otro triángulo.

$$\text{razón de semejanza} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \Rightarrow \frac{12}{\overline{A'B'}} = \frac{8}{\overline{B'C'}} = \frac{7}{21}$$

4. Formar proporciones.

A partir de la razón de semejanza podemos formar varias proporciones.

Formaremos aquellas que nos permitan obtener el valor de las incógnitas que queremos calcular.

$$\frac{7}{21} = \frac{12}{\overline{A'B'}}; \qquad \frac{7}{21} = \frac{8}{\overline{B'C'}}$$

5. Resolver las proporciones.

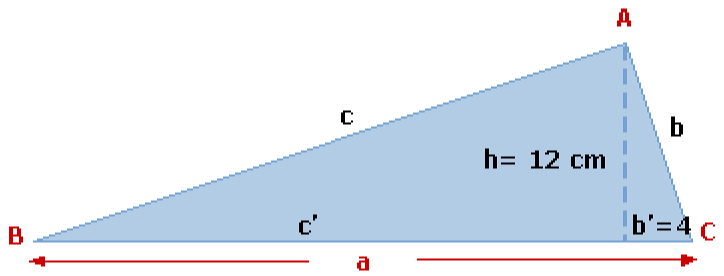
$$\frac{7}{21} = \frac{12}{\overline{A'B'}} \Rightarrow 7 \cdot \overline{A'B'} = 12 \cdot 21 \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{12 \cdot 21}{7} = \frac{252}{7} = 36 \text{ m.}$$

$$\frac{7}{21} = \frac{8}{\overline{B'C'}} \Rightarrow 7 \cdot \overline{B'C'} = 8 \cdot 21 \Rightarrow \overline{B'C'} = \frac{8 \cdot 21}{7} = \frac{168}{7} = 24 \text{ m.}$$

Problema 4

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.



2. Aplicar la fórmula del teorema de la altura.

La hipotenusa puede calcularse sumando las proyecciones de los catetos:

$$a = b' + c'$$

Conocemos la proyección del cateto b sobre la hipotenusa (b'=4), sin embargo desconocemos c' por tanto, para hallar la hipotenusa necesitamos averiguar previamente este valor.

PROYECCIÓN DEL CATETO C: C'

Podemos calcular c' aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = b' \cdot c' \Rightarrow 12^2 = 4 \cdot c' \Rightarrow c' = \frac{12^2}{4} = \frac{144}{4} = 36 \text{ cm.}$$

HIPOTENUSA

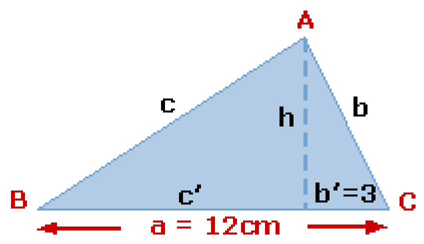
Por lo tanto la hipotenusa:

$$a = b' + c' = 4 + 36 = 40 \text{ cm.}$$

Problema 5

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar la fórmula del teorema de la altura.**

Según el Teorema de la altura:

$$h^2 = b' \cdot c'$$

Para hallar la altura necesitamos saber cuánto mide la proyección del otro cateto (c'), ya que sólo conocemos b'.

PROYECCIÓN DEL CATETOC: C'

La hipotenusa es igual a la suma de las proyecciones de los catetos, por lo tanto para calcular c' aplicamos:

$a = b' + c' \rightarrow c' = a - b' = 12 - 3 = 9$ cm

ALTURA

Sustituyendo los valores de a' y b' en la fórmula del Teorema de la altura:

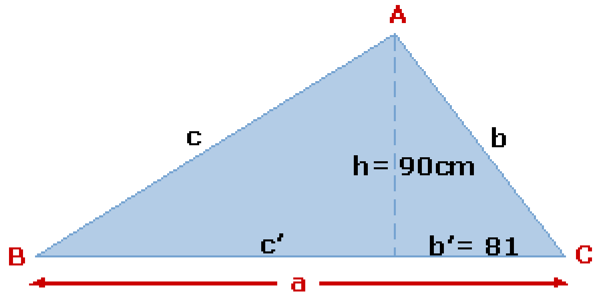
$$h^2 = b'c' \Rightarrow h^2 = 3 \cdot 9 = 27 \Rightarrow h = \pm\sqrt{27} = 5{,}19 \text{ cm.}$$

Únicamente tomamos la solución positiva de la raíz porque la altura es una longitud y no puede ser negativa.

Problema 6

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.



2. Aplicar la fórmula del teorema de la altura.

La hipotenusa puede calcularse sumando las proyecciones de los catetos:

$$a = b' + c'$$

Conocemos la proyección del cateto b sobre la hipotenusa (b'=81), sin embargo desconocemos c' por tanto, para hallar la hipotenusa necesitamos averiguar previamente este valor.

PROYECCIÓN DEL CATETO C: C'

Podemos calcular c' aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = b'c' \Rightarrow 90^2 = 81 \cdot c' \Rightarrow c' = \frac{8100}{81} = 100 \text{ cm}$$

HIPOTENUSA

Por lo tanto la hipotenusa:

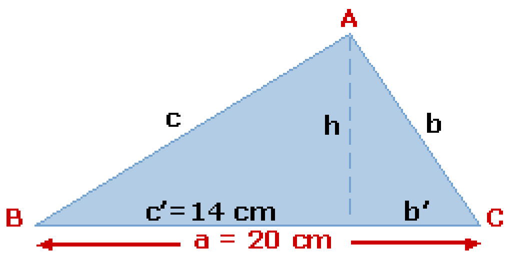
$$a = b' + c' = 81 + 100 = 181 \text{ cm}$$

Problema 7

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**

   Suponemos que el cateto cuya proyección mide 14 cm. es el cateto c de la figura:



2. **Aplicar el teorema del cateto.**

CATETO C

Conocemos la hipotenusa y la proyección del cateto c sobre la hipotenusa, por lo tanto podemos aplicar:

$$\mathbf{c^2 = a \cdot c'}$$

Sustituimos los valores conocidos y calculamos el valor de la medida del cateto c:

$$\mathbf{c^2 = a \cdot c'} \Rightarrow c^2 = 20 \cdot 14 = 280 \Rightarrow c = \pm\sqrt{280} = 16{,}73 \text{ cm}$$

Tomamos únicamente la solución positiva de la raíz porque las longitudes no pueden ser negativas.

CATETO B

Para calcular el otro cateto necesitamos conocer previamente su proyección sobre la hipotenusa:

$$a = b' + c' \Rightarrow b' = a - c' = 20 - 14 = 6$$

Conocemos la hipotenusa y la proyección del cateto b sobre la hipotenusa, por lo tanto:

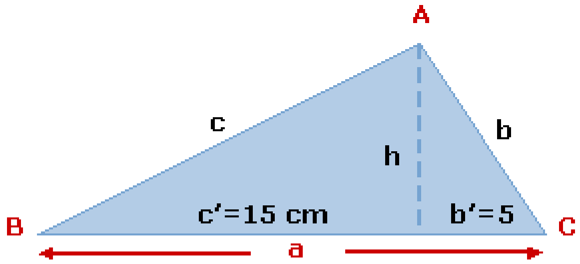
$$\mathbf{b^2 = a \cdot b'} \Rightarrow 20 \cdot 6 = 120 \Rightarrow b = \pm\sqrt{120} = 10{,}95 \text{ cm}.$$

Tomamos únicamente la solución positiva de la raíz porque las longitudes no pueden ser negativas.

Problema 8

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar el teorema del cateto.**

Para aplicar el teorema del cateto necesitamos conocer la hipotenusa. La hipotenusa es la suma de las proyecciones de los catetos:

$$a = b' + c' = 15 + 5 = 20 \text{ cm}$$

CATETO B

Conocemos la hipotenusa y la proyección del cateto b sobre la hipotenusa, por lo tanto podemos aplicar:

$$\mathbf{b^2 = a \cdot b'} \Rightarrow \qquad b^2 = 20 \cdot 5 = 100 \Rightarrow b = \pm\sqrt{100} = 10$$

CATETO C

Conocemos la hipotenusa y la proyección del cateto c sobre la hipotenusa, por lo tanto podemos aplicar:

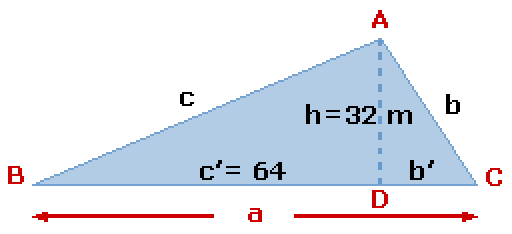
$$\mathbf{c^2 = a \cdot c'} \Rightarrow c^2 = 20 \cdot 15 = 300 \Rightarrow c = \pm\sqrt{300} = 17{,}2$$

Tomaremos sólo las soluciones positivas de las raíces pues los catetos de un triángulo son longitudes y éstas no pueden ser negativas.

Problema 9

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**

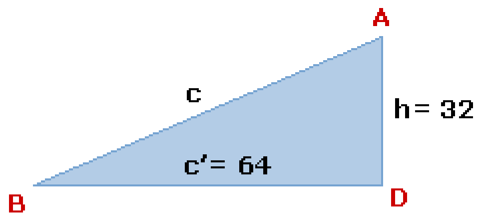


2. **Aplicar el teorema de Pitágoras.**

Debemos calcular el cateto mayor (c) aplicando el teorema de Pitágoras, el cual sólo puede aplicarse en triángulos rectángulos.

En la figura podemos observar tres triángulos rectángulos: **BAC, DAC, BAD**.

Aplicaremos el teorema de Pitágoras en aquel triángulo rectángulo en el que conozcamos dos de los tres lados del triángulo. En el triángulo BAD conocemos los lados **c'** y **h** y desconocemos **c**. Por lo tanto, aplicaremos Pitágoras en este triángulo:



En este triángulo la hipotenusa (el lado mayor) es c y los catetos son h y c', por lo cual se cumplirá:

$\mathbf{c^2 = h^2 + c'^2} \rightarrow c^2 = 32^2+64^2=1024-4096=5120 \Rightarrow$

$c = \pm\sqrt{5120} = 71{,}55$ m.

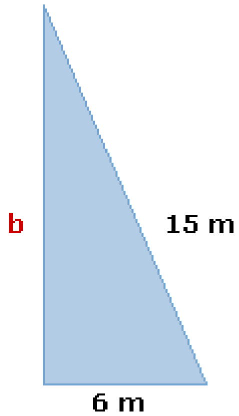
Tomamos sólo la solución positiva de la raíz pues la hipotenusa es una longitud y ésta no puede ser negativa.

Problema 10

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**

   Denominamos **b** a la altura a la que se apoya la escalera en la fachada.



2. **Aplicar el teorema de Pitágoras.**

   La escalera forma con la pared del edificio un triángulo rectángulo. En este triángulo:

   - la hipotenusa es la longitud de la escalera.
   - el cateto menor es la distancia, desde la pared, a la que está apoyada la escalera en el suelo.
   - la altura (b) es el cateto mayor.

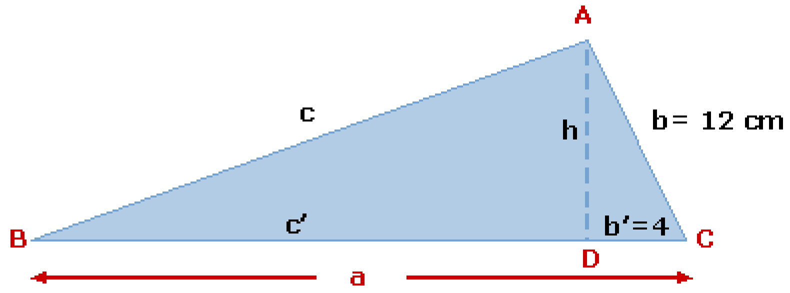
   Por lo tanto, aplicando Pitágoras:

$$15^2 = 6^2 + b^2 \rightarrow 225 = 36 + b^2 \rightarrow b^2 = 225 - 36 = 189 \rightarrow b = \sqrt{189} = 13{,}75\text{m}.$$

Problema 11

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.



2. Analizar qué teoremas podemos aplicar directamente utilizando los datos conocidos.

- El teorema de la altura relaciona **la altura** con **las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa** ($h^2 = b' \cdot c'$).

  No podemos aplicar el teorema de la altura porque desconocemos la altura y una de las proyecciones.

- El teorema del cateto relaciona **cada cateto** con **la hipotenusa y su proyección sobre la hipotenusa** ($b^2 = a \cdot b'$; $c^2 = a \cdot c'$).

  Conocido un cateto y su proyección podemos calcular directamente la hipotenusa:

  $$b^2 = a \cdot b' \rightarrow 12^2 = a \cdot 4 \rightarrow 144 = a \cdot 4 \rightarrow a = \frac{144}{4} = 36\text{cm}$$

- El teorema de Pitágoras relaciona la hipotenusa de un triángulo rectángulo con **los dos catetos** de dicho triángulo.

  Utilizando los datos iniciales no podemos aplicar Pitágoras en el triángulo BAC, ya que desconocíamos la hipotenusa y el cateto c.

  Sin embargo, sí podemos aplicarlo en el triángulo ADC en el cual, **h** es uno de los catetos y **b** es la hipotenusa:

  $$b^2 = h^2 + b'^2 \rightarrow 12^2 = h^2 + 4^2 \rightarrow 144 = h^2 + 16 \rightarrow h^2 = 144 - 16 \rightarrow$$
  $$h^2 = 128 \rightarrow h = \sqrt{128} = 13{,}31\text{cm}$$

3. Utilizar los datos obtenidos.

Deberemos analizar si los datos calculados en el paso 2 nos permiten averiguar alguna otra de las dimensiones del triángulo que tenemos que calcular. En ocasiones será un cálculo sencillo y en otras requerirá aplicar nuevamente alguno de los teoremas anteriores.

CATETO C

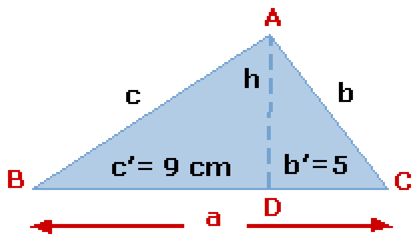
En el paso anterior hemos calculado la hipotenusa del triangulo BAC. Conociendo su valor, podemos aplicar Pitágoras en el triángulo BAC para calcular el cateto c:

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 36^2 = 12^2 + c^2 \rightarrow 1296 = 144 + c^2 \rightarrow c^2 = 1296 - 144 = 1152$
$\rightarrow c = \sqrt{1152} = 33{,}94$

Problema 12

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Analizar qué teoremas podemos aplicar directamente utilizando los datos conocidos**

- El teorema de la altura relaciona **la altura** con **las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa** ($h^2 = b' \cdot c'$).

  Utilizaremos este teorema para calcular la altura:

  $$h^2 = b' \cdot c' = 9 \cdot 5 = 45 \rightarrow h = \sqrt{45} = 6{,}71\text{cm}$$

- El teorema del cateto relaciona **cada cateto** con **la hipotenusa y su proyección sobre la hipotenusa** ($b^2 = a \cdot b'$; $c^2 = a \cdot c'$).

  Podemos aplicar este teorema para calcular los dos catetos si previamente calculamos la hipotenusa:

  $a = b' + c' = 9 + 5 = 14$ cm,

  Una vez conocido el valor de la hipotenusa calculamos los dos catetos:

  $$b^2 = a \cdot b' = 14 \cdot 5 = 70 \rightarrow b = \sqrt{70} = 8{,}37\text{cm}$$
  $$c^2 = a \cdot c' = 14 \cdot 9 = 126 \rightarrow c = \sqrt{126} = 11{,}22\text{cm}$$

- El teorema de Pitágoras relaciona la **hipotenusa** de un triángulo rectángulo con **los dos catetos** de dicho triángulo..

  No es necesario utilizar este teorema porque ya conocemos todos los datos que necesitamos.

3. **Utilizar los datos obtenidos.**

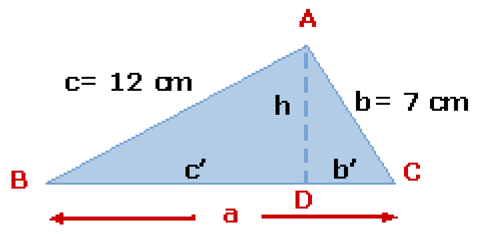
   No necesitamos utilizar los datos obtenidos porque debemos calcular únicamente la altura (ya la hemos calculado) y el perímetro:

   Perímetro: $a + b + c = 14 + 8{,}37 + 11{,}22 = 33{,}59$ cm

Problema 13

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.



2. Analizar qué teoremas podemos aplicar directamente utilizando los datos conocidos.

- El teorema de la altura relaciona **la altura** con **las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa** ($h^2 = b' \cdot c'$).

  A partir de los datos iniciales no podemos aplicar este teorema, ya que desconocemos los tres datos necesarios.

- El teorema del cateto relaciona **cada cateto** con **la hipotenusa y su proyección sobre la hipotenusa** ($b^2 = a \cdot b'$; $c^2 = a \cdot c'$).

  No podemos aplicar este teorema a ninguno de los catetos porque desconocemos el valor de la hipotenusa y el de las proyecciones de los catetos.

- El teorema de Pitágoras relaciona **la hipotenusa** de un triángulo rectángulo con **los dos catetos** de dicho triángulo..

  En el triángulo BAC podemos aplicar Pitágoras para calcular la hipotenusa:

  $$a^2 = b^2 + c^2 = 7^2 + 12^2 = 49 + 144 = 193 \rightarrow a = \sqrt{193} = 13{,}89\text{cm}$$

3. Utilizar los datos obtenidos.

Deberemos analizar si los datos calculados en el paso 2 nos permiten averiguar alguna otra de las dimensiones del triángulo que tenemos que calcular. En ocasiones será un cálculo sencillo y en otras requerirá aplicar nuevamente alguno de los teoremas anteriores.

Hemos calculado la hipotenusa en el paso anterior, pero todavía nos falta por calcular la altura.

Podemos calcular la altura de dos maneras distintas:

- Calcular c' y b' utilizando el teorema del cateto y una vez conocidos estos valores aplicar el teorema de la altura.
- Calcular la proyección de uno de los catetos (b' o c') y aplicar Pitágoras en el triángulo rectángulo correspondiente.

Seguimos este último procedimiento.

Calculamos en primer lugar b' aplicando el teorema del cateto:

$$b^2 = a \cdot b' \rightarrow 49 = 13{,}89 \cdot b' \rightarrow b' = \frac{49}{13{,}89} = 3{,}52$$

A continuación aplicamos Pitágoras al triángulo DAC; en el cual la hipotenusa es b y los catetos h y b':

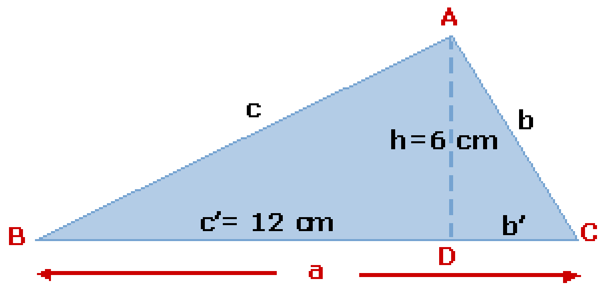
$$b^2 = h^2 + b'^2 \rightarrow 7^2 = h^2 + (3{,}52)^2 \rightarrow 49 = h^2 + 12{,}39 \rightarrow$$
$$h^2 = 49 - 12{,}39 = 36{,}61 \rightarrow h = \sqrt{36{,}61} = 6{,}05\text{cm}$$

Problema 14

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.

Suponemos que el cateto cuya proyección mide 12 cm. es el cateto c.



2. Analizar qué teoremas podemos aplicar directamente utilizando los datos conocidos.

El único teorema que podemos aplicar directamente con los datos que tenemos es el de la altura. Al aplicarlo, calcularemos b':

$$h^2 = b' \cdot c' \rightarrow 36 = b' \cdot 12 \rightarrow b' = \frac{36}{12} = 3cm$$

Conociendo la proyección del cateto b sobre la hipotenusa (b') podemos calcular fácilmente la hipotenusa ya que: a = b' + c', por lo tanto:

a = b' + c' = 3+12=15 cm.

3. Utilizar los datos obtenidos.

Deberemos analizar si los datos calculados en el paso 2 nos permiten averiguar alguna otra de las dimensiones del triángulo que tenemos que calcular. En ocasiones será un cálculo sencillo y en otras requerirá aplicar nuevamente alguno de los teoremas anteriores.

Los nuevos datos que conocemos (a y b') nos permiten ahora calcular los catetos (b, c) aplicando el teorema del cateto a cada uno de ellos:

- Para el cateto b:

$$b^2 = a \cdot b' = 15 \cdot 3 \rightarrow b^2 = 45 \rightarrow b = \sqrt{45} = 6{,}71cm$$

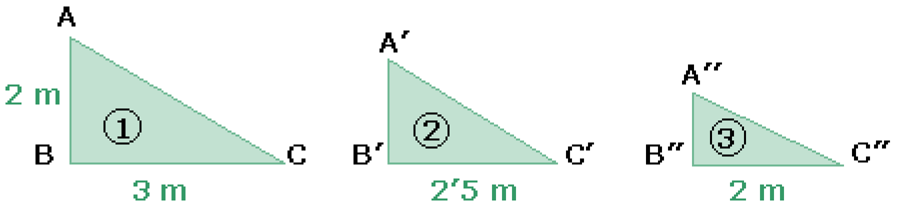
- Para el cateto c:

$$c^2 = a \cdot c' = 15 \cdot 12 = 180 \rightarrow c = \sqrt{180} = 13{,}42cm$$

Problema 15

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar los triángulos.**



2. **Verificar que se trata de triángulos semejantes.**

Los tres triángulos son semejantes, ya que:

- Los tres tienen un ángulo recto (los que forman el semáforo, el padre y el hijo con el suelo):

  $\hat{B} = \hat{B}' = \hat{B}''$

- $\hat{C} = \hat{C}' = \hat{C}''$ ya que éstos son los ángulos que forman el suelo y la inclinación de los rayos solares.

- El tercer ángulo es igual $\left(\hat{A} = \hat{A}' = \hat{A}''\right)$ ya que si dos ángulos son iguales el tercer ángulo (se obtiene restando 180 menos la suma de los otros dos) también es igual.

3. **Calcular la razón de semejanza del triángulo.**

La razón de semejanza es un **valor constante** que puede calcularse dividiendo la medida de uno de los tres lados de un triángulo entre la medida del lado semejante del otro triángulo.

Para los triángulos 1 y 2, obtenemos:

$$\text{razón de semejanza} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \Rightarrow \frac{2}{\overline{A'B'}} = \frac{3}{2{,}5} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Para los triángulos 1 y 3, obtenemos:

$$\text{razón de semejanza} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A''B''}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B''C''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A''C''}} \Rightarrow \frac{2}{\overline{A''B''}} = \frac{3}{2} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A''C''}}$$

4. **Formar proporciones.**

En este problema tenemos que formar dos proporciones ya que tenemos que calcular dos alturas, la del padre y la del hijo.

La primera proporción la tomamos de la expresión de la razón de semejanza de los triángulos 1 y 2 y la segunda de la de los triángulos 1 y 3:

- $\dfrac{2}{\overline{A'B'}} = \dfrac{3}{2{,}5}$;
- $\dfrac{2}{\overline{A''B''}} = \dfrac{3}{2}$

5. Resolver las proporciones.

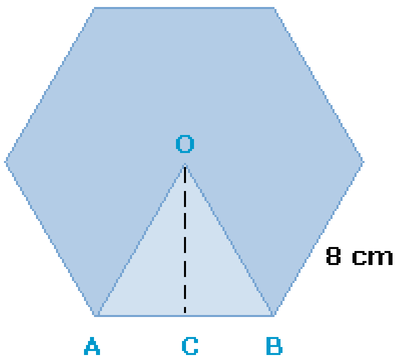
$$\frac{2}{\overline{A'B'}} = \frac{3}{2{,}5} \Rightarrow 3 \cdot \overline{A'B'} = 2 \cdot 2{,}5 \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{2 \cdot 2{,}5}{3} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \text{ m.}$$

$$\frac{2}{\overline{A''B''}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3 \cdot \overline{A''B''} = 2 \cdot 2 \Rightarrow \overline{A''B''} = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}34 \text{ m.}$$

Problema 16

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.



Debemos calcular el área del hexágono.

La fórmula del área del hexágono es:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Para calcular el área necesitamos, pues averiguar el perímetro y el apotema.

2. Calcular los datos necesarios que desconocemos.

PERIMETRO

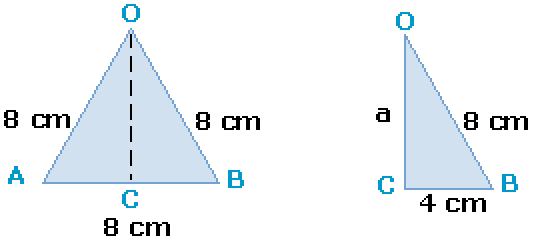
Para calcular el perímetro basta con multiplicar $8 \cdot 6 = 48$, ya que en un hexágono regular todos los lados son iguales.

APOTEMA: a

Para calcular el área necesitamos todavía averiguar el apotema.

El apotema en un polígono regular es el segmento que se obtiene al unir el punto central del polígono (O)con el punto medio de uno de los lados.

Por otro lado, al unir el punto O del hexágono con los vértices A y B obtenemos el triángulo equilátero AOB. Al trazar el apotema, este triángulo queda dividido en dos triángulos rectángulos, de los cuales tomamos el COB.



En el triángulo COB hemos denominado al apotema con la letra a. La hipotenusa mide 8 cm y la longitud del otro cateto es igual a la mitad de un lado ya que, según hemos indicado, el apotema une el punto central del polígono con el punto medio de un lado, por lo tanto:

cateto CB = 8/2 = 4cm.

Para calcular **a** aplicamos Pitágoras en el triángulo rectángulo COB:

$$8^2 = a^2 + 4^2 \rightarrow 64 = a^2 + 16 \rightarrow a^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} = 6{,}93$$

3. Resolver

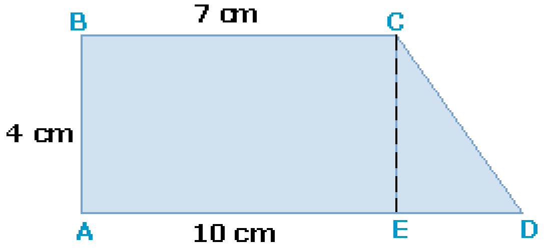
Debemos calcular el área:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{48 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32\text{cm}^2$$

Problema 17

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.

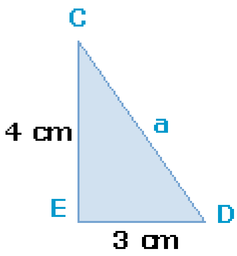


Debemos calcular el perímetro del trapecio de la figura.

El perímetro de un polígono es la suma de todos sus lados. Conocemos todos los lados excepto el oblicuo (a). Para calcular este lado utilizaremos el triángulo rectángulo ECD.

2. Calcular los datos necesarios que desconocemos.

En el triángulo anterior, la longitud de uno de los catetos es igual a la altura del trapecio (4cm) y el otro es igual a la diferencia de la base mayor menos la base menor del trapecio (10 − 7 = 3 cm):



La hipotenusa (a) del triángulo rectángulo es el lado oblicuo del trapecio. Podemos calcularla aplicando Pitágoras.

$$a^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow a = \sqrt{25} = 5\text{cm}$$

3. Resolver.

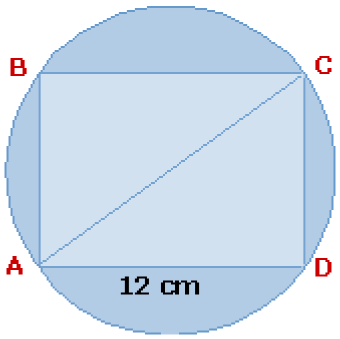
Debemos calcular el perímetro:

Perímetro = suma de los lados = 10 + 4 + 7 + a = 10 + 4 + 7 + 5 = 26 cm.

Problema 18

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

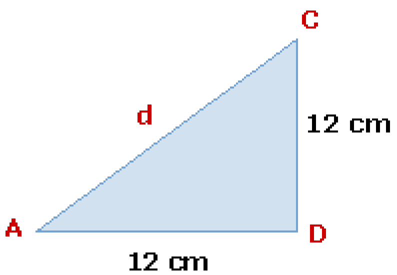
1. Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.



Debemos calcular el radio r de la circunferencia.

Al trazar la diagonal del cuadrado podemos observar que la medida de dicha diagonal es igual al diámetro de la circunferencia, el cual sabemos que es el doble del radio.

Por tanto, necesitamos calcular la diagonal del cuadrado. Para calcular esta diagonal tomamos el triángulo rectángulo ACD. En este triángulo, los catetos son dos de los lados del cuadrado y la hipotenusa es la diagonal que queremos calcular.



2. Calcular los datos necesarios que desconocemos.

En este caso, para calcular **d**, no necesitamos conocer ningún otro dato.

3. Resolver.

Aplicamos Pitágoras:

$$d^2 = 12^2 + 12^2 = 144 + 144 = 288 \rightarrow d = \sqrt{288} = 16{,}97m$$

Todavía debemos calcular el radio:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{16{,}97}{2} = 8{,}48m$$