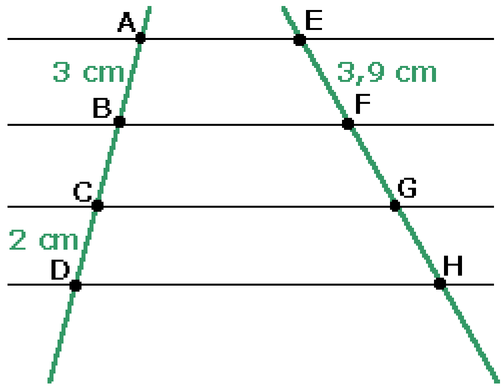
Problema 1

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Realizar el dibujo que recoja los datos del problema.**

   En este caso el dibujo viene indicado en el enunciado del problema:



2. **Verificar que podemos aplicar Thales.**

   En la figura anterior observamos dos rectas secantes (no paralelas) que son cortadas por otras paralelas, por tanto podemos aplicar el Teorema de Thales.

3. **Elegir los segmentos que forman la proporción.**

   Los segmentos que tomemos en una de las rectas no paralelas para formar la primera fracción de la proporción deben ser proporcionales a los que tomemos en la otra recta no paralela para formar la segunda fracción de la dicha proporción.

   Elegimos los siguientes segmentos:

   - $\overline{GH}$ ya que es el segmento que debemos calcular.
   - $\overline{CD}$ ya que es el segmento proporcional a $\overline{GH}$ sobre la otra recta .
   - $\overline{AB}$ y $\overline{EF}$ ya que ambos segmentos son proporcionales y sus valores son conocidos.

   Por lo tanto, la proporción es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$$

4. **Sustituir cada segmento por su valor.**

   $\overline{AB} = 3$; $\overline{CD} = 2$; $\overline{EF} = 3{,}9$; $\overline{GH} = x$, por lo tanto:

$$\frac{3}{2} = \frac{3{,}9}{x}$$

5. **Despejar aplicando la propiedad de las proporciones.**

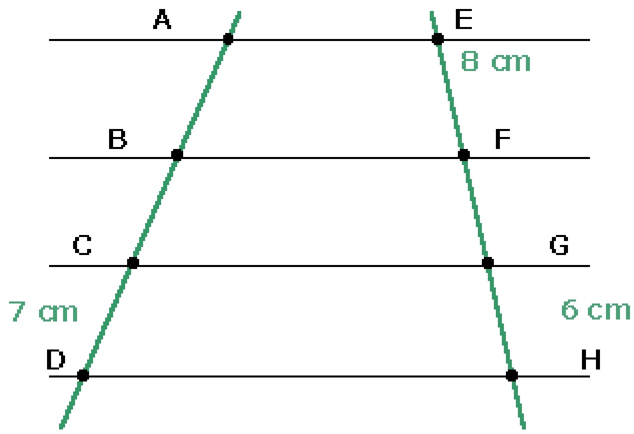
   En una proporción el producto de medios es igual a producto de extremos:

$$3 \cdot x = 2 \cdot 3{,}9 \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 3{,}9}{3} = \frac{7{,}8}{3} = 2{,}6 \text{ cm.}$$

Problema 2

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Realizar el dibujo que recoja los datos del problema.



2. Verificar que podemos aplicar Thales.

En la figura anterior observamos dos rectas no paralelas (secantes) que son cortadas por otras no paralelas, por tanto podemos aplicar el Teorema de Thales.

3. Elegir los segmentos que forman la proporción.

Los segmentos que tomemos en una de las rectas no paralelas para formar la primera fracción de la proporción deben ser proporcionales a los que tomemos en la otra recta no paralela para formar la segunda fracción de la dicha proporción.

Elegimos los siguientes segmentos:

- $\overline{AB}$ ya que es el segmento que debemos calcular.
- $\overline{EF}$ ya que es el segmento proporcional a $\overline{AB}$ sobre la otra recta .
- $\overline{CD}$ y $\overline{GH}$ ya que ambos segmentos son proporcionales y sus valores son conocidos.

Por lo tanto, la proporción es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$$

4. Sustituir cada segmento por su valor.

$$\frac{\overline{AB}}{7} = \frac{8}{6}$$

5. Despejar el segmento aplicando la propiedad de las proporciones.

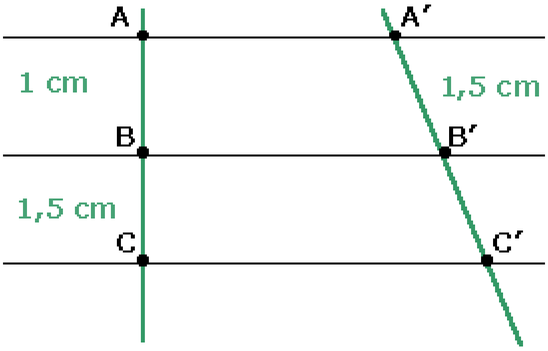
En una proporción el producto de medios es igual a producto de extremos:

$$6 \cdot \overline{AB} = 8 \cdot 7 \rightarrow \overline{AB} = \frac{8 \cdot 7}{6} = \frac{56}{6} = 9{,}34 \text{ cm}$$

Problema 3

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Realizar el dibujo que recoja los datos del problema.**



2. **Verificar que podemos aplicar Thales.**

   En la figura anterior observamos dos rectas no paralelas (secantes) que son cortadas por otras no paralelas, por tanto podemos aplicar el Teorema de Thales.

3. **Elegir los segmentos que forman la proporción.**

   Los segmentos que tomemos en una de las rectas no paralelas para formar la primera fracción de la proporción deben ser proporcionales a los que tomemos en la otra recta no paralela para formar la segunda fracción de la dicha proporción.

   Elegimos los siguientes segmentos:

   - $\overline{A'B'}$ ya que es el segmento que debemos calcular.
   - $\overline{AB}$ ya que es el segmento proporcional a $\overline{A'B'}$ sobre la otra recta .
   - $\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$ ya que ambos segmentos son proporcionales y sus valores son conocidos.

   Por lo tanto, la proporción es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

4. **Sustituir cada segmento por su valor.**

$$\frac{1}{1{,}5} = \frac{1{,}5}{\overline{B'C'}}$$

5. **Despejar el segmento aplicando la propiedad de las proporciones.**

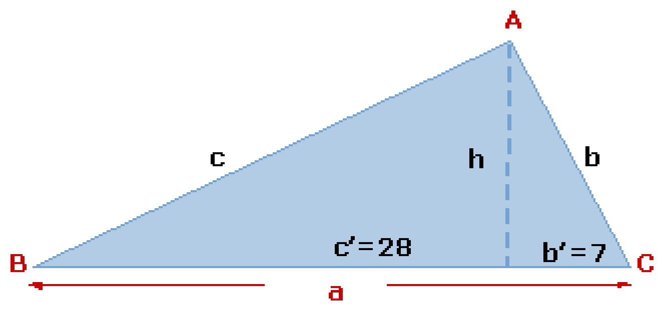
   En una proporción el producto de medios es igual a producto de extremos:

$$1 \cdot \overline{B'C'} = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \overline{B'C'} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}5}{1} = \frac{2{,}25}{1} = 2{,}25 \text{ cm.}$$

Problema 4

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar la fórmula del teorema de la altura.**

Según el Teorema de la altura:

$$h^2 = b' \cdot c'$$

Conocemos las proyecciones de los catetos: b'=7, c'=28, por lo tanto sustituyendo en la fórmula anterior obtenemos:

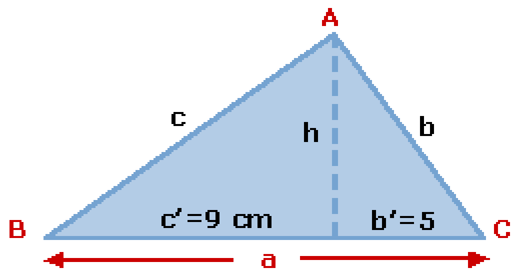
$$h^2 = 7 \cdot 28 = 196 \rightarrow h = \pm\sqrt{196} = 14cm$$

Tomamos únicamente la solución positiva de la raíz, porque la altura es una longitud y por tanto no puede ser negativa.

Problema 5

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar la fórmula del teorema de la altura.**

ALTURA

Según el Teorema de la altura:

$$h^2 = b' \cdot c'$$

Aplicando la fórmula anterior obtenemos el valor de la altura:

$$h^2 = b' \cdot c' \Rightarrow h^2 = 5 \cdot 9 = 45 \Rightarrow h = \pm\sqrt{45} = 6{,}71 \text{ cm.}$$

Únicamente tomamos la solución positiva de la raíz porque la altura es una longitud y no puede ser negativa.

HIPOTENUSA

Para calcular la longitud de la hipotenusa basta tener en cuenta que ésta es igual a la suma de las proyecciones de los catetos, por lo tanto:

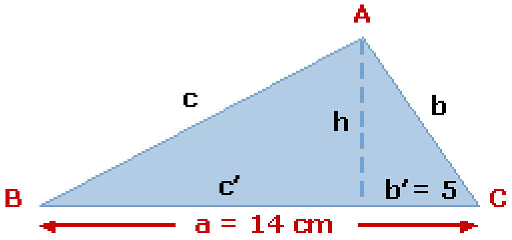
$$a = b' + c' = 9 + 5 = 14 \text{ cm}$$

Problema 6

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.

Suponemos que el cateto cuya proyección mide 5 cm. es el cateto b de la figura:



2. Aplicar el teorema del cateto.

Conocemos:

- la hipotenusa: a =14 cm.
- la proyección del cateto b sobre la hipotenusa: b' =5 cm.

Por lo tanto, podemos aplicar el teorema del cateto: $\mathbf{b^2 = a \cdot b'}$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula anterior obtenemos:

$$\mathbf{b^2 = a \cdot b'} \Rightarrow b^2 = 14 \cdot 5 = 70 \Rightarrow b = \pm\sqrt{70} = 8{,}37 \text{ cm}$$

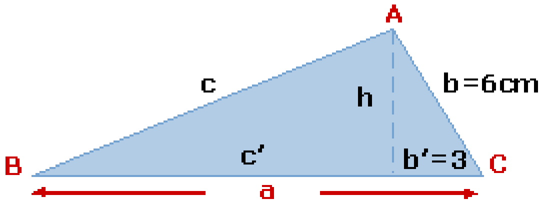
Tomamos únicamente la solución positiva de la raíz porque las longitudes no pueden ser negativas.

Problema 7

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.

Suponemos que el cateto que mide cm. y cuya proyección es de 3 cm. es el cateto b de la figura:



2. Aplicar el teorema del cateto.

Tenemos que calcular la hipotenusa conocidos un cateto (b) y su proyección sobre la hipotenusa, por tanto aplicamos: $\mathbf{b^2 = a \cdot b'}$

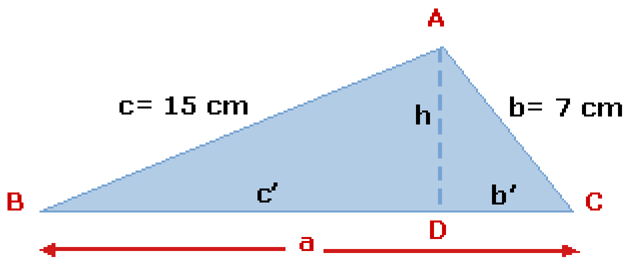
Sustituimos en la fórmula anterior los valores conocidos:

$$\mathbf{b^2 = a \cdot b'} \Rightarrow 6^2 = a \cdot 3 \Rightarrow a = \frac{36}{3} = 12 \text{ cm.}$$

Problema 8

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.



2. Aplicar el teorema de Pitágoras.

En el triángulo BAC conocemos los catetos b, c por tanto, para calcular la hipotenusa podemos aplicar Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

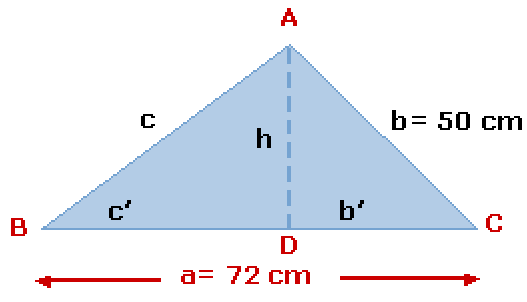
$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow a^2 = 7^2 + 15^2 \Rightarrow a^2 = 49 + 225 = 274 \Rightarrow a = \pm\sqrt{274} = 16{,}55 \text{ cm}$$

Tomamos sólo la solución positiva de la raíz pues la hipotenusa es una longitud y ésta no puede ser negativa.

Problema 9

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar el teorema de pitágoras.**

En el triángulo BAC conocemos la hipotenusa (a) y uno de los catetos (b), por tanto, podemos calcular el otro cateto aplicando el teorema de Pitágoras:

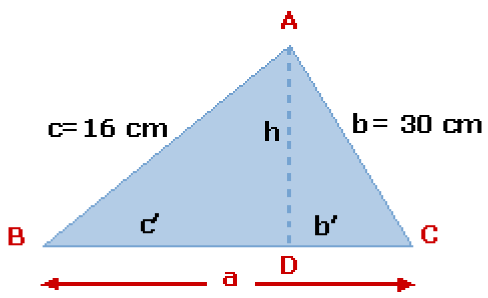
$$\mathbf{a^2} = \mathbf{b^2} + \mathbf{c^2} \Rightarrow 72^2 = 50^2 + c^2 \Rightarrow 5184 - 2500 = 2684 \Rightarrow c = \pm\sqrt{2684} = 51{,}8cm$$

Tomamos sólo la solución positiva de la raíz pues el cateto es una longitud y ésta no puede ser negativa.

Problema 10

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar el teorema de Pitágoras.**

Podemos calcular la hipotenusa del triángulo BAC aplicando el teorema de Pitágoras.

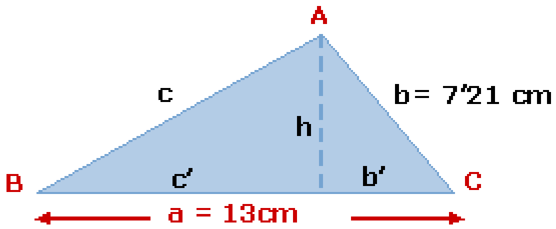
$$\mathbf{a^2} = \mathbf{b^2} + \mathbf{c^2} \Rightarrow .\ a^2 = 16^2 + 30^2 = 256 + 900 = 1156 \Rightarrow a = \pm\sqrt{1156} = 34 \text{ cm}$$

Tomamos sólo la solución positiva de la raíz pues el cateto es una longitud y ésta no puede ser negativa.

Problema 11

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar el teorema de Pitágoras.**

En el triángulo BAC conocemos la hipotenusa y un cateto por tanto, podemos aplicar el teorema de Pitágoras para calcular el otro cateto.

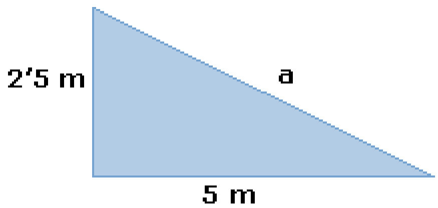
$\mathbf{a^2} = \mathbf{b^2} + \mathbf{c^2} \Rightarrow 13^2 = 7{,}21^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 169 - 51{,}99 \Rightarrow c = \sqrt{117{,}01} = 10{,}82$ cm

Tomamos sólo la solución positiva de la raíz pues el cateto es una longitud y ésta no puede ser negativa.

Problema 12

Para resolver el ejercicio efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar el triángulo indicando los datos conocidos.**



2. **Aplicar el teorema de Pitágoras.**

La longitud de la rampa es la hipotenusa de un triángulo rectángulo del que conocemos los dos catetos, por lo tanto para resolverlo bastará aplicar Pitágoras.

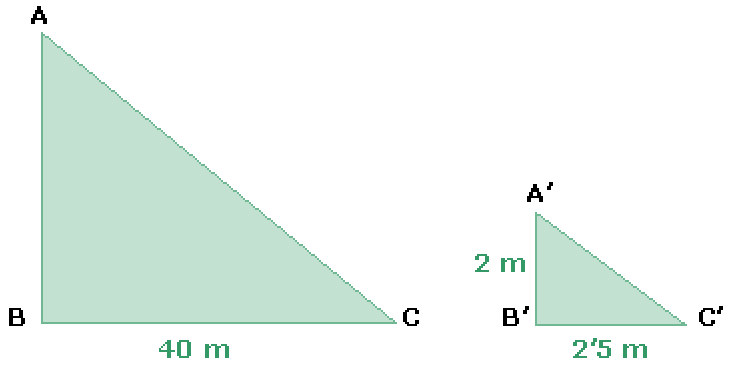
$a^2 = 2{,}5^2 + 5^2 = 6{,}25 + 25 = 31{,}25 \rightarrow a = \sqrt{31{,}25} = 5{,}59m$

Problema 13

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar los triángulos.

En este caso no hay duda acerca de cual de los dos triángulos es mayor, ya que evidentemente, el edificio será más alto que la farola.



2. Verificar que se trata de triángulos semejantes.

Estos triángulos son semejantes, pues tienen dos ángulos iguales:

- el ángulo recto que forman los objetos (el edificio y el árbol) con el suelo.
- el ángulo C y C' que forman el suelo y la inclinación del rayo solar, y que a la misma hora del día es la misma para los dos objetos.

Si dos ángulos son iguales, el tercero debe ser igual ya que en un triángulo la suma de los 3 ángulos es siempre 180º. Por lo tanto, los triángulos son semejantes.

3. Calcular la razón de semejanza del triángulo.

La razón de semejanza es un **valor constante** que puede calcularse dividiendo la medida de uno de los tres lados de un triángulo entre la medida del lado semejante del otro triángulo.

$$\text{razón de semejanza} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{40}{2{,}5} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

En este ejercicio la altura del edificio será $\overline{AB}$

4. Formar proporciones.

En este problema sólo formamos una proporción pues solamente tenemos que calcular la altura del edificio.

$$\frac{\overline{AB}}{2} = \frac{40}{2{,}5}$$

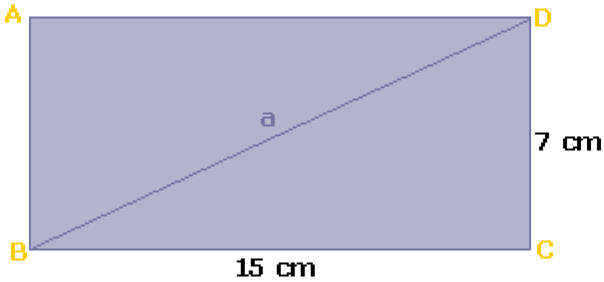
5. Resolver las proporciones.

$$\frac{\overline{AB}}{2} = \frac{40}{2{,}5} \Rightarrow 2{,}5\overline{AB} = 40 \cdot 2 \Rightarrow \overline{AB} = \frac{40 \cdot 2}{2{,}5} = 32 \text{ m.}$$

Problema 14

Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.**



Debemos calcular la diagonal a del rectángulo.

En el triángulo rectángulo BDC conocemos dos catetos y la hipotenusa coincide con la diagonal que queremos calcular, por tanto para calcular la diagonal conocemos todos los datos necesarios.

2. **Calcular los datos necesarios que desconocemos.**

En este caso, para calcular a, no necesitamos conocer ningún otro dato.

3. **Resolver.**

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa:

$$a^2 = 15^2 + 7^2 = 225 + 49 = 274 \rightarrow a = \sqrt{274} = 16{,}55\text{cm}$$

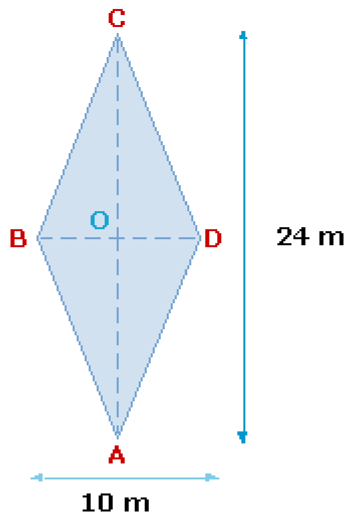
En este problema, el valor obtenido de la hipotenusa coincide con el valor de la diagonal del rectángulo, por tanto la respuesta es:

diagonal del rectángulo = a = 16,55 cm.

Problema 15

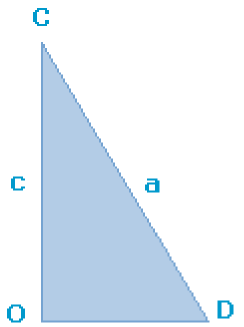
Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.



Debemos calcular la longitud de los lados de un rombo.

Al trazar las diagonales, observamos que se forman 4 triángulos rectángulos iguales. Tomamos el triángulo OCD:



Observamos que la hipotenusa (a) de este triángulo es el lado del rombo.

2. Calcular los datos necesarios que desconocemos.

Para calcular el lado **a** del rombo, necesitamos conocer los catetos **c** y **d** del triángulo (OCD).

Cada cateto, según se observa en la primera figura, es igual a la mitad de las longitudes de las diagonales correspondientes, así:

- c = diagonal mayor/2 = 24/2 = 12 m
- d = diagonal menor/2 = 10/2 = 5 m.

3. Resolver.

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa:

$$a^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow a = \sqrt{169} = 13$$

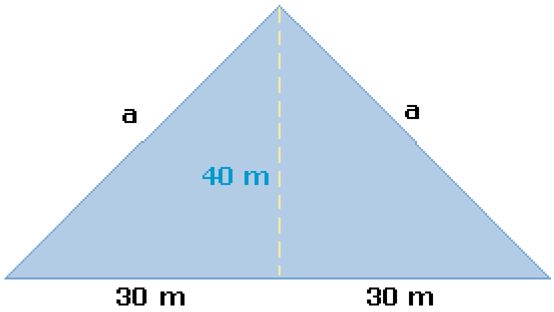
La longitud del lado del rombo es igual a la hipotenusa calculada, por tanto:

lado del rombo = a =13 m

Problema 16

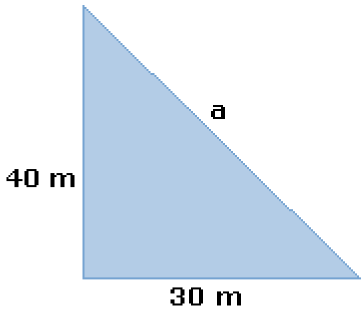
Para resolver el problema efectuaremos los siguientes **pasos**:

1. **Dibujar la figura indicada incluyendo los datos conocidos.**



Debemos calcular la longitud a de cada cable.

Según podemos observar, el poste divide al triángulo de la figura en dos triángulos rectángulos. Cada triángulo rectángulo está formado por el poste, uno de los cables y el suelo. La hipotenusa de estos triángulos es la longitud de cada cable.



2. **Calcular los datos necesarios que desconocemos.**

En este caso, para calcular a, no necesitamos conocer ningún otro dato.

3. **Resolver.**

Aplicamos Pitágoras:

$$a^2 = 40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500 \rightarrow a = \sqrt{2500} = 50m$$

El valor de la hipotenusa **a** coincide con la longitud del cable.