

## COMO ENSEÑAR LOS PRODUCTOS NOTABLES

Miguel Ángel Cervantes Leyva  
Docente del C.B.T.A. No. 81

### INTRODUCCIÓN

Quienes por una o por otra razón nos hemos dedicado a la docencia, conocemos y tenemos conciencia del cúmulo de problemas que confrontamos para llevar a cabo nuestra tarea diaria; quizá en muchos casos no sepamos hasta donde, o que tan profundo cala tal o cual factor en nuestro quehacer y en los resultados que obtenemos, pero sí nos damos cuenta de que éstos, en muchos casos, no satisfacen nuestras expectativas, e inmediatamente surge el autocuestionamiento: ¿qué fue lo que me falló? Y por lo general, tratamos de culpar a los alumnos, o a los maestros de los niveles anteriores, a los padres de familia, al medio ambiente, etc., y en raras ocasiones tenemos el valor civil, la vergüenza profesional y la madurez para reconocer que la culpa es sólo nuestra.

Sin dejar de reconocer que quizá en muchos casos el maestro tenga razón cuando trata de localizar la culpa en otros, en el presente trabajo quiero referirme a un caso concreto en el que siento que es el maestro mismo quien tiene la culpa de que el alumno no obtenga un aprendizaje real, verdadero y duradero- me refiero al proceso enseñanza - aprendizaje de los productos notables (cuadrado y cubo de un binomio) en el área de matemáticas.

Es muy cierto que muchas cuestiones matemáticas no se pueden demostrar en forma objetiva, y en ese caso, ciertamente el alumno tendrá que conformarse con la teoría; pero en el caso al que hago referencia, los productos notables sí se pueden demostrar, no sólo algebraica, sino aritmética, geométrica y objetivamente, y esto es lo que no se ha hecho, y es ahí donde pienso que el maestro le sale debiendo al alumno.

Cuando el maestro se preocupe, no sólo por enseñarle al alumno el procedimiento algebraico para elevar un binomio al cuadrado y/o al cubo, sino que le haga la demostración aritmética mediante la aplicación de valores a las literales y la realización de las operaciones correspondientes, y la confrontación de resultados iguales o equivalentes, así como dibujar la figura geométrica relativa en el caso del cuadrado, y presentar el modelo didáctico compuesto de ocho volúmenes que se refieren al cubo; entonces, y sólo entonces, el maestro podrá considerar que ya hizo lo que debía hacer, y si ni aún así se logra el aprendizaje, entonces, asómbrese el docente y pida el auxilio del psicólogo escolar.

## LOS PRODUCTOS NOTABLES

En Matemáticas, se le da el nombre de **productos notables** a aquellos productos que se ajustan a reglas fijas y que se obtienen al elevar un binomio a la segunda y/o a la tercera potencias. Tal es el caso de los binomios **a + b** y **a - b** (o cualesquiera otras literales), que al elevarlos a las potencias mencionadas obtenemos los siguientes **productos notables**:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2. \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2. \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

Y se llaman productos notables porque son invariables y en todo caso, quienes manejan las matemáticas no necesitan realizar las multiplicaciones para obtener esos productos. Es decir:

a) El cuadrado de la suma de dos números siempre será igual al cuadrado del primero, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo

$$(a^2 + 2ab + b^2).$$

b) El cuadrado de la diferencia de dos números, siempre será igual al cuadrado del primero, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo

$$(a^2 - 2ab + b^2).$$

c) El cubo de la suma de dos números, siempre será igual al cubo del primero, más el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

$$(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3).$$

d) El cubo de la diferencia de dos números, siempre será igual al cubo del primero, menos el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo, menos el cubo del segundo

$$(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3).$$

De estos cuatro productos notables (también existen los que corresponden a la cuarta, la quinta, etc. potencias, pero por el momento sólo nos interesan los mencionados), son sólo el primero y el tercero los que podemos demostrar algebraica, aritmética, geométrica y objetivamente, mientras que del segundo y del cuarto, sólo podemos hacer la demostración algebraica y la aritmética, no así la geométrica y la objetiva.

La operación de elevar al cuadrado un binomio resulta fácil y sencilla pero debemos tener muy presente el manejo correcto de los signos; y recordar siempre que cuando se multiplican signos iguales (positivo y positivo, o negativo y negativo) el resultado será positivo, y que cuando lo hacemos con signos contrarios, el resultado será siempre negativo.

Así pues, el cuadrado de la suma de dos números lo representamos algebraicamente así:  $(a + b)^2 =$ , y realizamos la operación de esta manera:

$$\begin{array}{r} a + b \\ \underline{a + b} \\ a^2 + ab \\ \underline{\quad ab + b^2} \\ a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Multiplicamos por sí mismo el primer término y luego lo multiplicamos por el segundo; en seguida multiplicamos el segundo término por el primero, y luego por sí mismo, con lo cual obtenemos como productos parciales  $a^2 + ab + ab + b^2$  luego procedemos a reducir los términos semejantes y obtenemos que el resultado (el producto notable) es igual a:  
 $a^2 + 2ab + b^2$

Normalmente, eso es lo que explica el profesor de matemáticas, y el alumno se queda con la zozobra de si en verdad es ése el procedimiento correcto o no.

Para que no se quede con esta duda sugiero que se haga el mismo ejercicio pero con valores aritméticos, es decir, aplicándole valores numéricos a las literales. Pongamos, por ejemplo que a es igual a 5, y que b es igual a 3 (el valor del segundo término no tiene que ser forzosamente menor que el del primero); así tendremos que nuestra operación es:  
 $(5 + 3)^2$  la cual a su vez es igual a  $8 \times 8 = 64$ .

Ya dijimos que el producto algebraico es  $a^2 + 2ab + b^2$

Apliquémosle valores y tendremos  $a^2 = 5 \times 5$ ;  $2ab = 2(5 \times 3)$ , y  $b^2 = 3 \times 3$  Realizamos las operaciones y tenemos:  $25 + 30 + 9$ , lo cual hace la suma de 64, y esto es la comprobación de que la operación algebraica que realizamos es **correcta**.

No obstante esto, aún nos queda el recurso del trazo geométrico que puede ser en el pizarrón, en una cartulina, en una pieza de madera o en lo que sea, en el que le hagamos ver en forma objetiva al alumno que el **producto**

**notable**  $a^2 + 2ab + b^2$ , es el cuadrado perfecto, y lo haremos de la siguiente manera:

Obsérvese en la figura que dentro del cuadrado general hay dos cuadrados y que uno de ellos tiene la medida de **a** y otro la de **b**, en tanto que los rectángulos tienen por medidas **a** y **b**. Y con esto podemos observar claramente que el cuadrado se compone de  $a^2 + 2ab + b^2$  y que es el **producto notable** que pretendemos incorporar a la cultura matemática de nuestros estudiantes.

Si lo hacemos así, el alumno, por muy escéptico que sea, tendrá que admitir que el procedimiento es correcto, dada la exactitud de los resultados.

En el caso del **producto notable** del cuadrado de la diferencia entre dos números que se representa con  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  no tenemos el recurso de poderlo representar gráficamente, ni mostrarlo en forma objetiva (las superficies negativas no existen), pero sí podemos realizar las operaciones algebraica y aritmética, con lo cual podremos vencer el escepticismo de más de alguno de nuestros alumnos.

La operación algebraica se realiza de manera similar al del primer caso, pero ¡cuidado con los signos!

$$\begin{array}{r} a - b \\ a - b \\ \hline a^2 - ab \\ - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

Aritméticamente, y siguiendo el del ejemplo anterior, le aplicamos los mismos valores: 5 a **a**, y 3 a **b**, y así tenemos  $(5 - 3)^2$  de lo cual resulta:  $(2)^2 = 2 \times 2 = 4$ .

Ahora, tomamos el producto notable  $a^2 - 2ab + b^2$ , y le aplicamos los valores a las literales y tenemos:  $a^2 = 5 \times 5$ ;  $-2ab = -2(5 \times 3)$  y  $b^2 = 3 \times 3$ ; de donde resulta  $25 - 30 + 9 = -5 + 9 = 4$ , que a su vez, es el 4 que resulta de elevar al cuadrado la diferencia (2) entre 5 y 3.

**El cubo de un binomio** da como **producto notable**:

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  y se obtiene mediante el mismo procedimiento que el cuadrado, sólo que ahora la operación resulta un tanto cuanto más complicada porque en la segunda etapa hay necesidad de multiplicar un trinomio por un binomio. He aquí la operación algebraica:

$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 \hline
 a + b \\
 \hline
 a^2 + ab \\
 \hline
 ab + b^2 \\
 \hline
 \\
 a^2 + 2ab + b^2 \\
 \hline
 a + b \\
 \hline
 a^3 + 2a^2b + ab^2 \\
 \hline
 a^2b + 2ab^2 + b^3 \\
 \hline
 a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
 \end{array}$$

Corno se puede observar, después de obtener el cuadrado se procede a multiplicar de nuevo por el binomio base y cada uno de los términos de éste se va multiplicando ordenadamente por cada uno de los términos del trinomio; luego se procede a hacer la suma al tiempo que se reducen a términos semejantes.

Una vez realizada la operación algebraica, podemos proceder a hacer la operación aritmética que, siguiendo el ejemplo, se representa así;  $(5 + 3)^3 = (8)^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$

Si queremos comprobar que ambos procedimientos (el algebraico y el aritmético) son correctos, tenemos que demostrar que  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ , si los valores de ambas literales son 5 y 3 respectivamente, da como resultado 512. Veamos:

$$\begin{array}{r}
 a^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \\
 3a^2b = 3 \times 5 \times 5 \times 3 = 225 \\
 3ab^2 = 3 \times 5 \times 3 \times 3 = 135 \\
 b^3 = 3 \times 3 \times 3 = \underline{27} \\
 \hline
 512
 \end{array}$$

Al cotejar los resultados, y ver que son iguales, no debe quedar sombra de duda.

Para demostrar en forma objetiva estas verdades matemáticas, presento **el cubo modelo** que se compone de ocho sólidos geométricos distribuidos de la siguiente manera:

- a) un cubo que representa a la literal **a**.
- b) tres paralelepípedos (prismas cuadrangulares) que tienen por base la literal **a** y por altura la literal **b**.
- c) tres paralelepípedos (prismas cuadrangulares) que tienen por base la literal **b** y por altura la literal **a**, y
- d) Un cubo que representa la literal **b**.

El cuarto y último de los **productos notables** a los que vengo haciendo referencia es el **cubo de la diferencia de dos números**, y vamos a proceder a realizar primero la operación algebraica, que es igual a la del cubo de la suma, y en lo que resultan distintas es en el manejo del signo menos. Hela aquí:

$$\begin{array}{r}
 a - b \\
 \hline
 a - b \\
 \hline
 a^2 - ab \\
 \hline
 \phantom{a^2} - ab + b^2 \\
 \hline
 a^2 - 2ab + b^2 \\
 \hline
 a - b \\
 \hline
 a^3 - 2a^2b + ab^2 \\
 \hline
 \phantom{a^3} - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\
 \hline
 a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{array}$$

Ahora procedemos a plantear y realizar la operación aritmética, de la siguiente manera:  $(5-3)^3 = (2)^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

En seguida valoramos el cuatrinomio del **producto notable** a ver si nos da el resultado de 8:

$$\begin{array}{r}
 a^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \\
 - 3a^2b = - 3 (5 \times 5 \times 3) = - 225 \\
 3a b^2 = 3 (5 \times 3 \times 3) = 135 \\
 - b^3 = - (3 \times 3 \times 3) = - 27
 \end{array}$$

$$(125 + 135) - (225 + 27) = 260 - 252 = 8$$

## CONCLUSIONES

Los docentes tenemos muchos problemas para cumplir con nuestro trabajo, y quizá en muchos casos no los sepamos identificar, y sólo nos damos cuenta de ello porque los resultados en el proceso enseñanza - aprendizaje no rinden los frutos que nosotros esperamos.

Cuando las cosas no nos salen como quisiéramos, culpamos a los demás de nuestros fracasos y sólo en muy contadas excepciones somos capaces de admitir que nosotros somos los culpables.

Uno de los casos concretos en que considero que el docente es el único responsable de las fallas en el aprendizaje de los alumnos es en la enseñanza de los **productos notables**, en la cual, el maestro, por lo general, se concreta a dar el procedimiento algebraico, pero no complementa su enseñanza con una operación aritmética, con una ilustración geométrica y/o con una demostración objetiva, que mucho ayudaría al alumno a comprender y a tener confianza en su tarea de aprender.

En Matemáticas se les da el nombre de **productos notables** a aquellos productos que resultan al elevar a una potencia determinada (segunda, tercera, cuarta, etc.) la suma o la diferencia de dos números desiguales.

En la escuela manejamos, por lo general, el cuadrado y el cubo tanto de la suma como de la diferencia de dos números, de tal suerte que los **productos notables** que ocupan nuestra atención son:

- a) el cuadrado de la suma de dos números,
- b) el cuadrado de la diferencia entre dos números,
- c) el cubo de la suma de dos números, y
- d) el cubo de la diferencia entre dos números.

Cuando se trata de la segunda y de la tercera potencias de la suma de dos números, tenemos los enormes recursos de poder demostrar con operaciones aritméticas, con representaciones geométricas y en forma objetiva, el procedimiento algebraico que es lo que normalmente explicamos a los estudiantes. Y cuando se trata del cuadrado y del cubo de la diferencia, entonces no podemos representar ni geométrica ni objetivamente el procedimiento, pero si tenemos el recurso de la comprobación aritmética.

El maestro debe darle seguridad y confianza al estudiante, y en aras de ello, no debe desdeñar el uso de ningún recurso lógico y didáctico que tenga a su alcance.

# **USO DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (PBL) COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA EN EL CURSO DE MECÁNICA PARA BACHILLERATO DEL ITESM CAMPUS SINALOA**

**Ing. Karla María Medina Ortiz  
METODOLOGÍA**

Una de las metas u objetivos más importantes planteados por la educación es la de lograr que los alumnos practiquen el aprendizaje autónomo (Díaz Barriga, 1998?); esto implica que el alumno tenga la habilidad de aprender por cuenta propia; que el alumno administre su propio proceso de aprendizaje, que identifique lo que quiere aprender, organice las actividades necesarias, evalúe este proceso y lleve a cabo modificaciones al mismo.

La enseñanza juega un papel muy importante ya que mediante técnicas, dinámicas y metodologías favorece el proceso de aprendizaje y algunas de ellas ayudan específicamente al desarrollo de habilidades en los alumnos que les permitirán lograr el aprendizaje autónomo.

La autorregulación es una capacidad del alumno que es necesaria para que éste pueda lograr el aprendizaje autónomo, la enseñanza facilita este proceso mediante diferentes herramientas, sin embargo esta no es indispensable ya que puede existir sin que necesariamente favorezca el que el alumno forme parte activa de la construcción del conocimiento.

Entre las muchas metodologías que actualmente se utilizan en el ámbito educativo, el Aprendizaje Basado en Problemas parece responder a estas necesidades de facilitación del proceso de aprendizaje, fomentando la práctica del aprendizaje autónomo mediante la solución de problemas de aplicación de la vida real que los alumnos deben de resolver en orden obtener y construir el conocimiento por sí mismos.

## **APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS COMO METODOLOGÍA**

El Aprendizaje Basado en Problemas es una metodología instruccional que motiva a los estudiantes a aprender a aprender, trabajando colaborativamente en grupos que buscan soluciones a problemas de la vida real (Duch, 1999).

De acuerdo a Duch (1999). los problemas utilizados en esta metodología de enseñanza-aprendizaje son usados para iniciar el aprendizaje de un contenido a través de la estimulación de la curiosidad del estudiante Además, el Aprendizaje Basado en Problemas prepara a los estudiantes para

pensar crítica y analíticamente y para encontrar y utilizar fuentes o recursos de aprendizaje apropiados.

El Aprendizaje Basado en Problemas es una metodología que puede aplicarse mediante diferentes procesos. A continuación se mencionan algunos de ellos así como sus características principales.

### **Aproximación del método científico.**

Presentación del Dr. Robert Duffy (1997) en la cual se distinguen básicamente 3 fases:

#### 1.-Declaración de hechos

En esta etapa se describen los hechos que se proporcionan en el problema mismo, se refiere a datos reales, conocimientos de hechos o procedimientos que se logren identificar.

#### 2.-Definición de hipótesis

Las hipótesis hacen referencia a la declaración de lo desconocido a partir de lo cual y con el manejo de información puede aceptarse o rechazarse un hecho. Es necesario tener en esta parte la búsqueda de información que permita poner a prueba la hipótesis.

#### 3.-Comprobación de hipótesis

Una vez que se alcanza esta etapa, definitivamente el grupo ha alcanzado un nuevo conocimiento, inducido a través del problema

### **Aproximación deductiva**

Esta aproximación parte de tener grandes cantidades de información imprecisa y en equipo colaborativo se va construyendo el conocimiento. Es muy similar al planteamiento de Duffy, pero en lenguaje más coloquial. Esta información corresponde al Modelo presentado por la Mira. Audrey Olson y Brent Craig de Mount Royal College en Calgary, AB. CA.

Ante un problema, el equipo requiere responder en forma individual y grupal tres preguntas básicas...

¿Qué sé?

¿Qué necesito saber?

Presentación de ideas que guíen mis acciones, ¿Cómo haré para saber lo que necesito saber?

Ejecución del plan y la adquisición del conocimiento y presentación de la solución.

Se espera que cada uno de los integrantes reflexione de manera individual ante las preguntas y después se reúnan a tomar decisiones como equipo colaborativo.

Las respuestas a las preguntas llevan a los alumnos a través del proceso de solución a lo largo del cuál pueden existir actividades de apoyo diseñadas para fortalecer dicho proceso y son optativas.

La Dra. Sage (Indiana University South Blend) en 1999 presentó un esquema similar para la presentación y solución de problemas:

Identificar lo que se sabe, lo que se necesita saber y nuestras ideas  
Definir el enunciado del problema

### **Reunirse y compartir información localizada**

La respuesta a las preguntas lleva a los alumnos a través del proceso de solución a lo largo del cuál pueden existir actividades de apoyo diseñadas para fortalecer dicho proceso y que son optativas.

En esta aproximación de la metodología, la autoevaluación y coevaluación del desempeño es muy importante ya que de acuerdo a Olson y Craig (1998) cuando los alumnos intervienen en el proceso de determinación de los parámetros de evaluación, se logra un mayor compromiso por parte de los mismos para alcanzar las metas y los objetivos planteados, así mismo la autoevaluación y coevaluación da información a los alumnos, acerca del proceso de aprendizaje que llevaron a cabo, que les permitirá regular y hacer mejoras al proceso de solución de problemas en un futuro.

### **Aproximación inductiva**

Esta aproximación es totalmente guiada a través de los 7 pasos (Seven jumps) (PBLworkshop, 1999) para la resolución de los problemas y es utilizada en la Universidad de Maastricht en los Países Bajos. Los 7 pasos se describen a continuación:

- 1) Lectura del problema presentado para la clarificación de conceptos o términos imprecisos o no comprendidos. Se lee individualmente.
- 2) "Definición del problema". Se establece la pregunta del problema
- 3) Lluvia de ideas (representa lo que se sabe con respecto al problema) y permite un "Análisis del problema"

4) Clasificación de las ideas (agrupación por tópicos mayores) "Síntesis de las ideas"

5) Definición de los "Objetivos de aprendizaje" que responde a lo que necesito saber para resolver el problema

6) Búsqueda de información, para poder lograr los objetivos de aprendizaje... esta fase es individual

7) Reunión para compartir los resultados de su búsqueda en relación a los objetivos de aprendizaje, se construye una síntesis del nuevo conocimiento adquirido y se evalúa la ejecución por medio de la retroalimentación.

Para la Universidad de Maastricht el Aprendizaje Basado en Problemas es una metodología cuya esencia es la adquisición activa de conocimiento (Fonteijn, 1999) y es la única en el mundo cuyo esquema principal es el uso de esta metodología.

### **Aprendizaje Basado en Problemas en Mecánica**

El curso de mecánica para alumnos de 5to semestre del Campus Sinaloa del Tecnológico de Monterrey (Medina, 1997) tiene como objetivos generales el que al finalizar el curso el participante será capaz de:

1. Describir, explicar y predecir los fenómenos físicos relacionados con la mecánica mediante el establecimiento de relaciones entre modelos y fenómenos observados.

2. Resolver correctamente problemas o ejercicios de mecánica mediante el uso de herramientas de cálculo, trabajando de manera individual o grupal.

3. Analizar situaciones o problemas cotidianos mediante la aplicación de los conceptos teóricos de la mecánica a situaciones reales en su entorno.

En orden a lograr los objetivos antes establecidos se planteó la posibilidad de la aplicación de nuevas metodologías en esta área que dieran la pauta para la realización de actividades que llevaran a la obtención de dichos objetivos.

El Aprendizaje Basado en Problemas es una de las metodologías claves para lograr los objetivos antes mencionados al requerir del pensamiento

y análisis crítico para la explicación de los fenómenos planteados en los problemas, al fomentar el trabajo colaborativo en alumnos y la transferencia de los conocimientos generados y en sí del proceso de generación del conocimiento a otros ámbitos académicos o al estudio de situaciones de su entorno.

En la preparatoria del Tecnológico de Monterrey, la aplicación de esta metodología se encuentra en la fase de planeación y organización de las actividades para utilizarla de manera generalizada en el curso de Mecánica durante el 5to semestre del bachillerato. Se han hecho pequeñas pruebas con grupos piloto que permiten analizar las reacciones y actitudes de los alumnos con respecto a esta nueva forma de trabajo y hacer adecuaciones al proceso para mejorarlo antes de implantarlo a nivel general.

Hasta el momento las reacciones observadas por parte de los alumnos del Tecnológico han sido satisfactorias. Debido a la estructura de las sesiones de aprendizaje y a las actividades de enseñanza que los profesores de la preparatoria han diseñado para los diferentes cursos, los alumnos ya se encuentran familiarizados con el rol activo que de ellos demanda la aplicación de, esta metodología. Perciben que aparentemente es más trabajo el que tienen que realizar pero, también están conscientes de que dicho trabajo redundará en beneficios académicos y personales al comprender el proceso de aprendizaje que han llevado a cabo y aprender de este modo a aprender.

Un ejemplo de un problema desarrollado para el curso de mecánica es el siguiente:

Suponga que usted es el entrenador de Vinicio Castilla y su meta es ayudarlo a mejorar su porcentaje de bateo.

¿Cómo podría lograrlo?

Para resolver el problema debes trabajar en equipo. Tienes tres días para tomar tu decisión final y ésta deberá ser compartida con tus compañeros de grupo durante la sesión de clase del tercer día.

La evaluación correspondiente, en adición a las convencionales utilizadas para evaluar a todos los alumnos del curso de mecánica (exámenes escritos, evaluación de actividades, etc.) está relacionada con la autoevaluación del proceso de aprendizaje y la coevaluación del desempeño de los integrantes del grupo durante el proceso de solución del problema, ambas basadas principalmente en los elementos propuestos por Olson y Craig (1998).

La evaluación del problema anteriormente mencionado se realiza por medio de una reflexión por escrito acerca del proceso de solución y una presentación oral acerca de la solución del problema, además de contemplar su contenido temático en el examen por escrito que realizan los alumnos al final del periodo parcial de clases.

### **Posibilidades en otros dominios:**

Los cursos del área de ciencias son un buen ejemplo de cómo la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas se puede extender a todas sus divisiones de manera exitosa, adecuando contenidos y características de aplicación de la metodología. Se ha observado que la mayoría de los alumnos responden satisfactoriamente al resolver un problema de aplicación de la vida real; para ellos el resolver problemas con esta metodología supone no solo sentarse con lápiz y papel a resolver numéricamente una serie de ecuaciones interminables que finalmente darán un resultado, sino el saber que dicho resultado tiene una aplicación útil y que los fenómenos estudiados tienen una influencia directa en su vida y la de las demás personas que se encuentran a su alrededor.

La mecánica forma parte de las ciencias exactas y existen muchas otras áreas en las que igualmente se puede aplicar esta metodología, tal es el caso de Universidad de Delaware en donde el Aprendizaje Basado en Problemas se utiliza en cursos de química orgánica e inorgánica con problemas referentes a contaminación, compuestos químicos y genética entre otros (Problem Based Learning, 1999).

### **VENTAJAS Y DESVENTAJAS**

De acuerdo a Norman y Schmidt (1992) no existe evidencia de que la utilización del Aprendizaje Basado en Problemas, como metodología de enseñanza, resulte en una mejora en general de las habilidades de solución de problemas de cualquier área y afirman que esta metodología podría inicialmente reducir los niveles de aprendizaje pero al mismo tiempo puede crear a lo largo de periodos que van hasta varios años, un incremento en la retención del conocimiento.

Así mismo, Norman y Schmidt (1992) mencionan que alguna evidencia preliminar sugiere que el Aprendizaje Basado en Problemas puede mejorar la transferencia de conceptos a la solución de nuevos problemas y la integración de conceptos científicos básicos en problemas clínicos, además mejora el interés intrínseco en el tema planteado y parece mejorar también las habilidades del aprendizaje autónomo.

En la experiencia se ha observado cómo los alumnos que han revisado temas o unidades de planes de estudio mediante esta metodología, generan un conocimiento más duradero y más significativo ya que, interiorizan de manera más profunda el conocimiento generado.

El reto principal al que nos vemos enfrentados durante la aplicación de esta metodología es el lograr que el rol del profesor/instructor sea el de guía es decir, la función del profesor es dirigir el proceso mediante preguntas y no dar las respuestas a las mismas ya que esta es función de los alumnos dentro del proceso de generación del conocimiento.

## **CONCLUSIÓN**

Dentro del contexto de la práctica docente en el Tecnológico de Monterrey, se han venido presentado, a lo largo ya de cierto tiempo, ciertos cambios con respecto no solamente al curriculum de los cursos, sino a los métodos y metodologías de enseñanza propuestos para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y lograr en sus alumnos la capacidad de aprender por cuenta propia (Misión, 1997), la capacidad de ser generadores de conocimiento y de este modo la de ser aprendices autónomos. El profesor pasa a un rol de facilitador o guía del proceso, pero los actores principales son los alumnos.

Este cambio de paradigma del rol del profesor y el alumno se fortalece con el Aprendizaje Basado en Problemas ya que precisamente favorece en los alumnos la capacidad para generar alternativas de solución a problemas planteados, da un espacio a los alumnos para generar conocimiento, les ayuda a reflexionar acerca de los procesos necesarios para llegar a las metas establecidas y evaluar dicho proceso para hacer modificaciones al mismo.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Problems for use in small group simulations: Problem Based Learning workshop for the behavioral sciences. Maastricht, The Netherlands: The Faculty of Psychology, Maastricht University, 1999.

Norman, Geoffrey R. and Schmidt, Henk G. The psychological basis of problem based learning: a review of the evidence. Vol. 67, N. 9 September, 1992.

Fonteinj, Herco. A problem-based curriculum under construction: psychology at Maastricht University 1995-1999: Problem Based Learning workshop for the behavioral sciences. Maastricht, The Netherlands: The Faculty of Psychology, Maastricht University, 1999.

Ganzinga, Johanna. Student assessment: Problem Based Learning workshop for the behavioral sciences. Maastricht, The Netherlands: The Faculty of Psychology, Maastricht University, 1999.

Olson, Audrey and Craig, Brent. MRC - ITESM Study Programm: Sessions: Mount Royal College, Calgary, Alberta, Canadá, 1998.

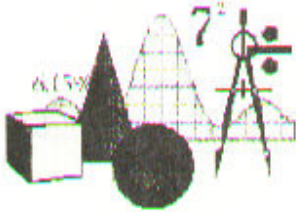
Duch, Barbara. Problem Based Learning. University of Delaware: Newark, DA, 1999. <http://www.udel.edu/pbl/> (Sep. 1999).

Problem Based Learning. University of Delaware: Newark, DA, 1999. <http://www.udel.edu/pbl/> (Sep. 1999).

Medina Ortiz, Karla María. Rediseño del curso de Mecánica: objetivos. ITESM Campus Sinaloa: México, 1997.

PBL workshop. Maastricht, The Netherlands: The Faculty of Psychology, Maastricht University, 1999.

## COMO INTRODUCIR AL ESTUDIANTE AL APRENDIZAJE DE LAS DERIVADAS DE FUNCIONES ALGEBRAICAS MEDIANTE FORMULAS (Por Niveles).



- José Juan García Leal
- S. Enrique Escalante Castro
- Rosario Castro Félix
- Carlos A. Rodríguez Félix
- Luis Manuel Madrid Peña
- Raúl Casillas López
- Fco. Javier Montoya García

### SÍNTESIS

El desarrollo de ésta ponencia surge por la inquietud de los maestros de Cálculo Diferencial de la zona 02 de COBAES<sup>23</sup> dado que hemos detectado una psicosis en la mayoría de los alumnos, teniendo como diagnóstico un alto porcentaje de reprobación que se refleja como una causa de la deserción escolar.

Comúnmente al iniciar un tema o cualquier otra acción en la vida, precisamente lo más complicado es el inicio, por otra parte, cuándo en el salón de clases tratamos los temas de una manera tradicional y sin orden alguno, al abordar los ejercicios que resultan complejos para algunos estudiantes, repercute desfavorablemente en su evaluación y el maestro finalmente, sin considerar lo anterior los perjudica.

Pero no se habrá puesto a pensar: ¿ No será que la metodología utilizada al impartir sus conocimientos no sea la correcta?, ¿ No será que no retroalimenta a los alumnos en el aseguramiento del nivel de partida con los prerrequisitos básicos que deben dominar los alumnos, antes de adquirir conocimientos mas complicados?; en respuesta a ésta problemática se elabora ésta ponencia para introducir al alumno al conocimiento de las derivadas, sistemáticamente, y por niveles de conocimiento donde el objetivo es ir de lo simple a lo complejo y viceversa (lo complejo descomponerlo en derivadas simples) para resolver los ejercicios.

La mayoría de los textos pretenden que el alumno comprenda el significado de la derivada a lo que se atienen algunos maestros, los cuales no se atreven a ir mas allá, o sea a romper el paradigma de buscar otro tipo de explicaciones por

---

<sup>23</sup> Docentes y Supervisor de la academia Físico-Matemáticas de COBAES Zona 02, Tabachines No 348, Colonia del Bosque, Guasave, Sin E-Mail: frmontoya@cobaes.edu.mx

medio de la investigación para buscar lograr la significatividad en el aprendizaje convirtiendo los esquemas rígidos en estructuras funcionales y abiertas para que los alumnos pretendan aprender las matemáticas y relación de ésta con su entorno.

Con ésta estrategia se pretende que el alumno sea reflexivo y crítico, que logre construir su conocimiento para que le de una aplicación en el momento adecuado, además favorece el trabajo sistemático ya que el aprender como el enseñar es por niveles, y estos niveles se refieren al grado de complejidad de los ejercicios.

## METODOLOGÍA

De acuerdo a la didáctica crítica, el aprendizaje presenta 3 momentos :

APERTURA : en el cual el alumno se pone en contacto con el conocimiento, DESARROLLO , que es donde el alumno a través de la ejercitación logra crear su conocimiento; y por último, la CULMINACIÓN, que es donde los conocimientos adquiridos pueden ser utilizados para resolver situaciones referentes al tema.

Con referencia a la metodología sugerida por los libros de texto en relación a la derivación de funciones algebraicas , o en sí, lo que es la derivada se nos sugiere que primeramente se conozca el tema ( el significado de la derivada ), después se comprenda y finalmente se ejecuten los ejercicios, situación que, por lo observado en la zona 02 de Cobaes no ha rendido resultados plenamente satisfactorios, por lo que se sugiere invertir las cosas en referencia a éste tema lo cual consiste en forma sencilla en lo siguiente:

Que el alumno conozca de la existencia del tema , motivarlo en referencia a éste ( con algún material videográfico), para después lograr que derive funciones algebraicas , para posteriormente abordar lo que es el significado de la derivada y culminar en la aplicación de ésta.

Al hablar de niveles nos estamos apoyando en el siguiente razonamiento "Lo complejo se forma de lo simple, entonces en la mayoría de las ocasiones no se puede resolver una situación compleja por desconocer las partes simples, por lo tanto, si aplicamos el razonamiento analítico y sintético se resuelve la problemática, es decir, lo complejo lo descomponemos en sus partes simples (razonamiento analítico), resolvemos éstas, las conjuntamos (razonamiento sintético) y lo complejo queda resuelto".